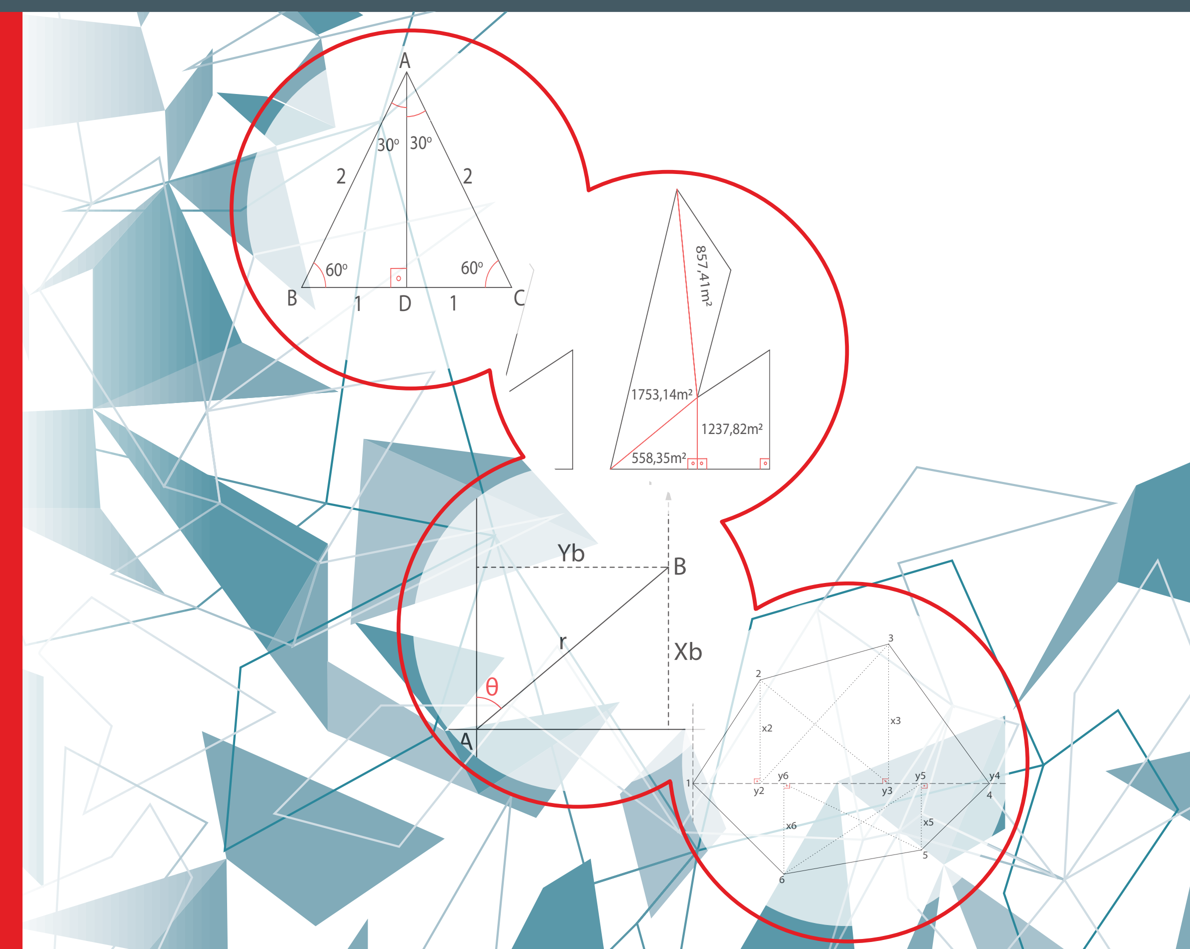
MESLEKİ VE TEKNİK ANADOLU LİSESİ

HARİTA HESAPLARI

HARİTA-TAPU-KADASTRO ALANI



10

DERS MATERYALİ

HARİTA HESAPLARI 10 HARİTA-TAPU-KADASTRO ALANI DERS MATERYALİ

Bu kitaba sığmayan daha neler var!

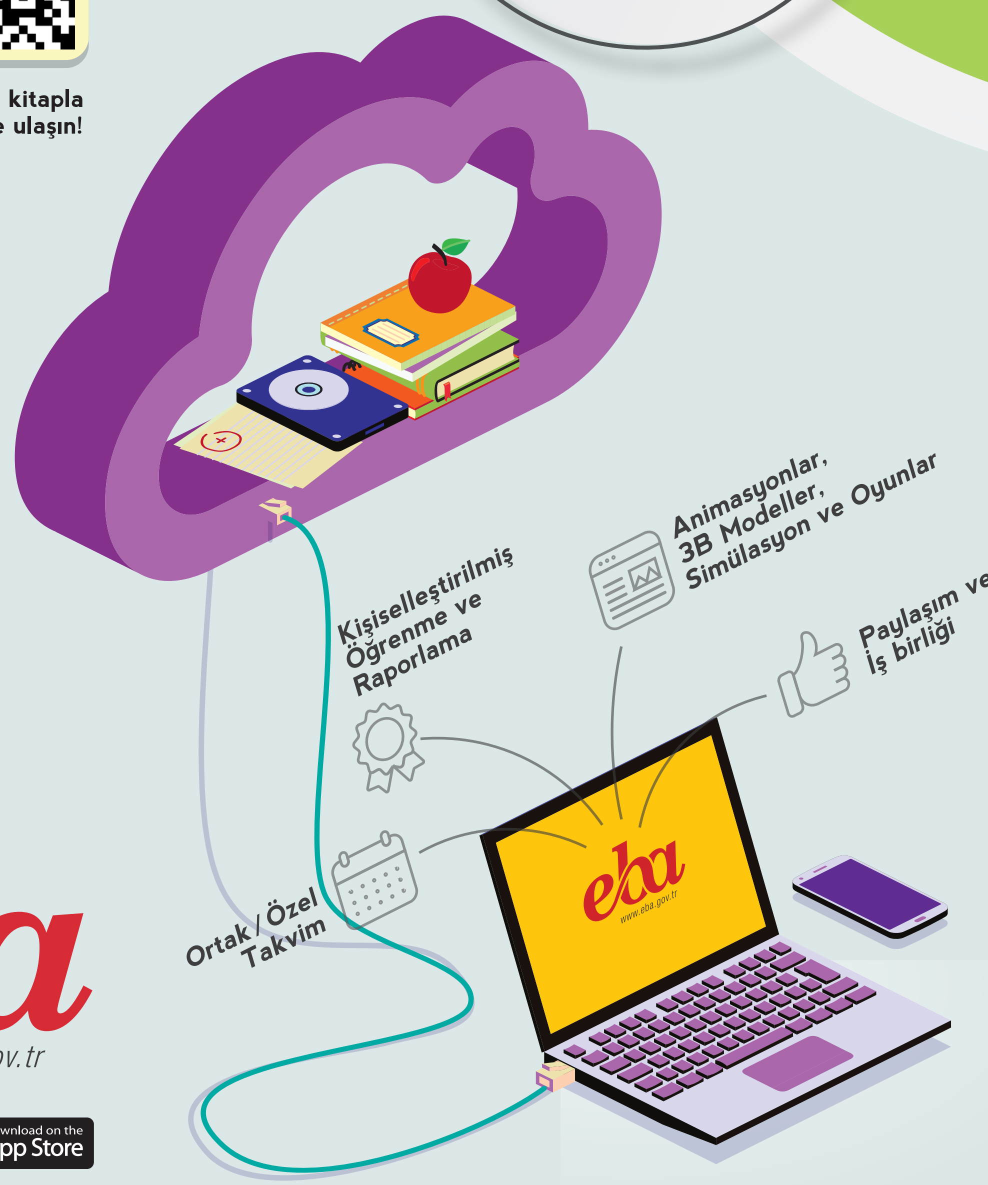
Karekodu okutun, bu kitapla ilgili EBA içeriklerine ulaşın!

ÖDS

ÖĞRENCİ/ÖĞRETMEN DESTEK SİSTEMİ

https://ods.eba.gov.tr

- Konu Anlatımlı Ders Videoları
- Soru Çözüm Videoları
- Ders Anlatım Videoları
- Çoktan Seçmeli Sorular



www.eba.gov.tr

Google play
App Store

ISBN: 978-975-11-6218-2

Bandrol Uygulamasına İlişkin Usul ve Esaslar Hakkında Yönetmelik'in 5'inci Maddesinin İkinci Fıkrası Çerçevesinde Bandrol Taşıması Zorunlu Değildir.

MESLEKİ VE TEKNİK ANADOLU LİSESİ

HARİTA-TAPU-KADASTRO ALANI

HARİTA HESAPLARI 10

DERS MATERYALİ

Yazarlar
Gözde BARIŞTÜRK
Halil İbrahim YILDIZ
Kübra TEKİR

MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI YAYINLARI ....: 7964
YARDIMCI VE KAYNAK KİTAPLAR DİZİSİ ....: 1892

HAZIRLAYANLAR

Dil Uzmanı	Nihayet ÖZER
Program Geliştirme Uzmanı	Ali DOĞAN
Ölçme Değerlendirme Uzmanı	Filiz İSNAÇ
Rehberlik Uzmanı	Canan GÜVEN ŞAHİN
Görsel Tasarım Uzmanı	Fatma Şahika YETKİN

ISBN 978-975-11-6218-2

Millî Eğitim Bakanlığının 24.12.2020 gün ve 18433886 sayılı oluru ile Mesleki ve Teknik Eğitim Genel Müdürlüğünce ders materyali olarak hazırlanmıştır.

İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif Ersoy

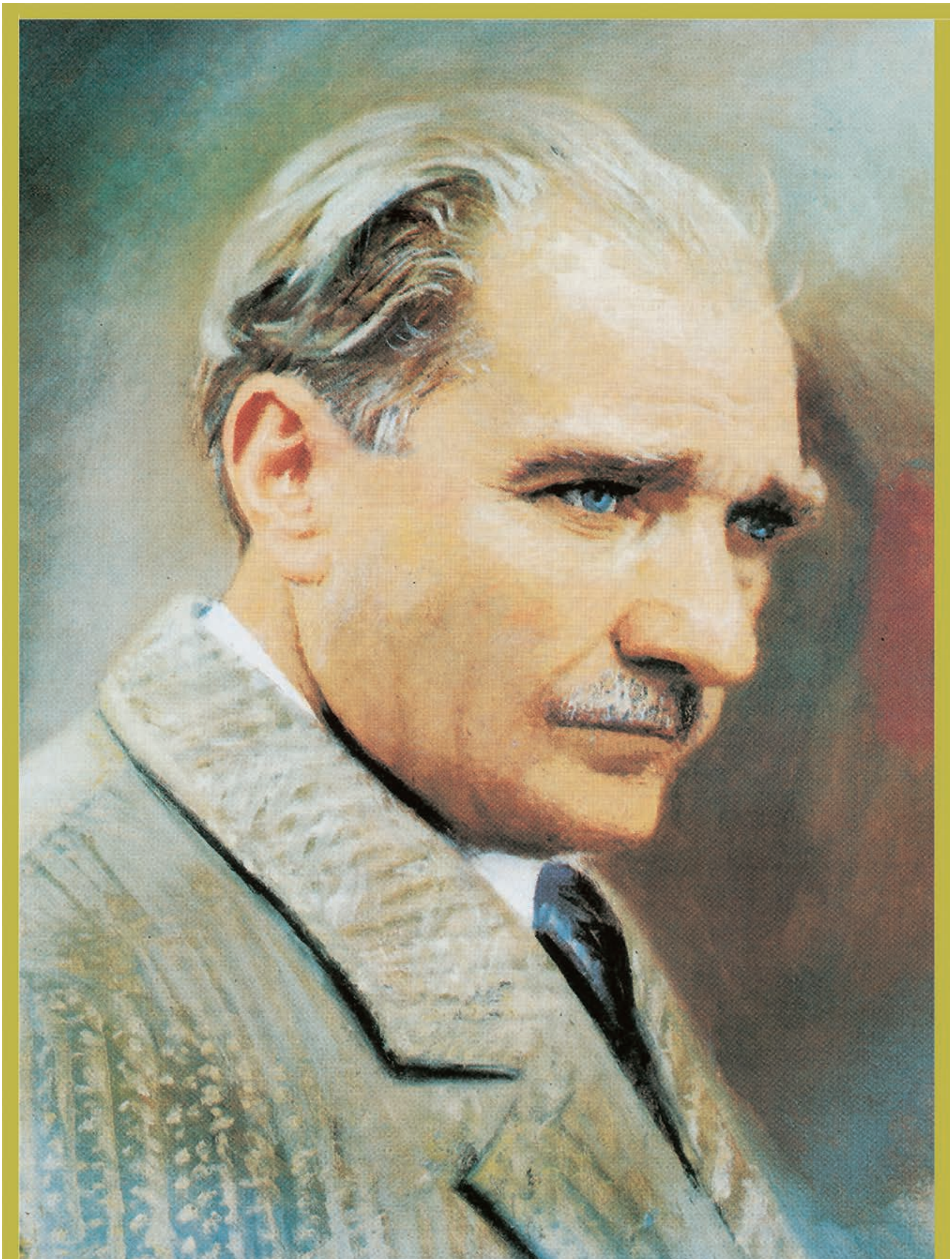
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

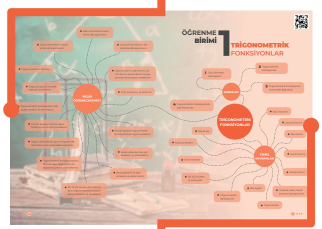
Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

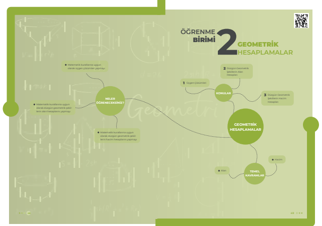
Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

İÇİNDEKİLER





ÖĞRENME BİRİMİ
2
GEOMETRİK HESAPLAMALAR

ÖĞRENME BİRİMİ
3
KOORDİNAT SİSTEMLERİ

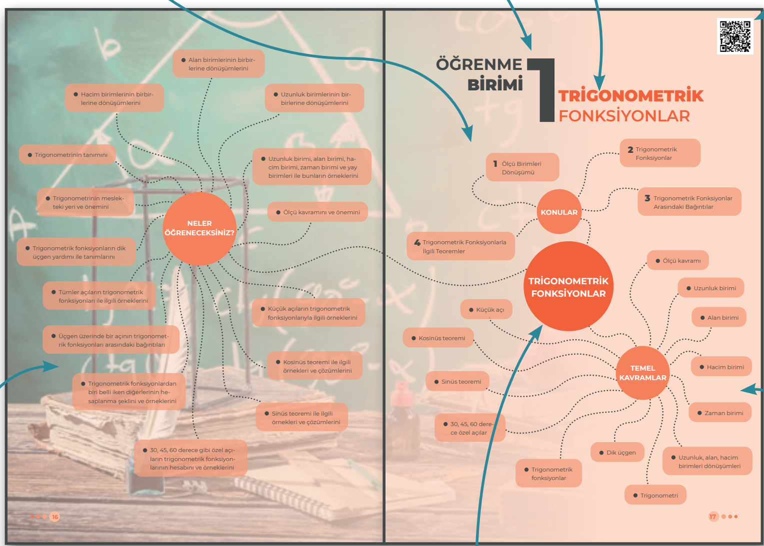
DERS MATERYALİNİN TANITIMI

Öğrenme birimi adını gösterir.

Karekod okuyucu ile taratarak resim, video, animasyon, soru ve çözümleri vb. ilave kaynaklara ulaşabileceğiniz karekod. Detaylı bilgi için http://kitap.eba.gov.tr/karekod

Öğrenme birimi numarasını gösterir.

Öğrenme birimi içerisinde yer alan konuları gösterir.



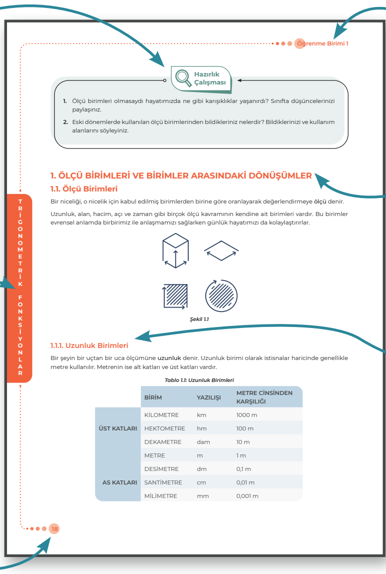
Öğrenme biriminde neleri öğreneceğinizi gösterir.

Öğrenme biriminde ele alınan temel kavramları gösterir.

Öğrenme biriminin rengini gösterir.

Derse başlamadan yapılacak olan hazırlıkları gösterir.

Öğrenme birimi numarasını gösterir.

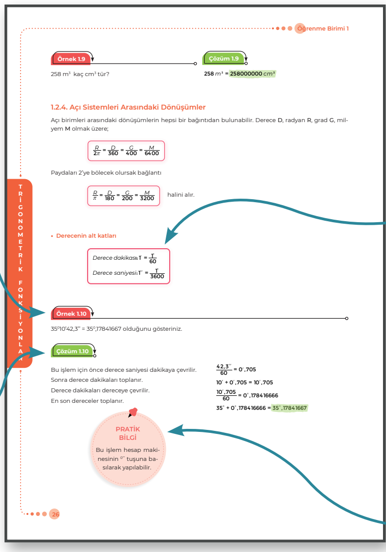


Konu başlığını gösterir.

Öğrenme birimi adını gösterir.

Alt konu başlıklarını gösterir.

Sayfa numarasını gösterir.

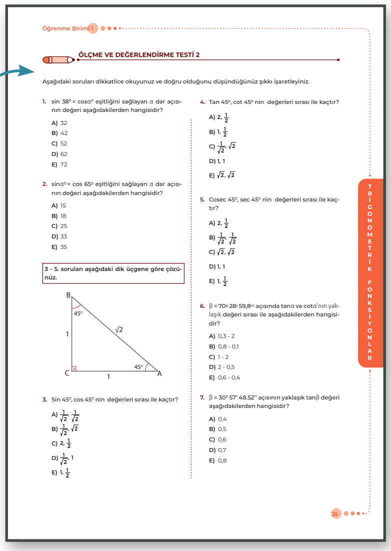


Konuyla ilgili örnek soruları gösterir.

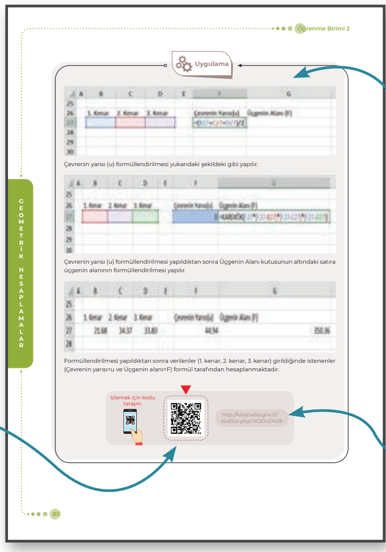
Formülleri gösterir.

Konuyla ilgili örnek soruların çözümünü gösterir.

Konuya ilişkin pratik bilgileri gösterir.



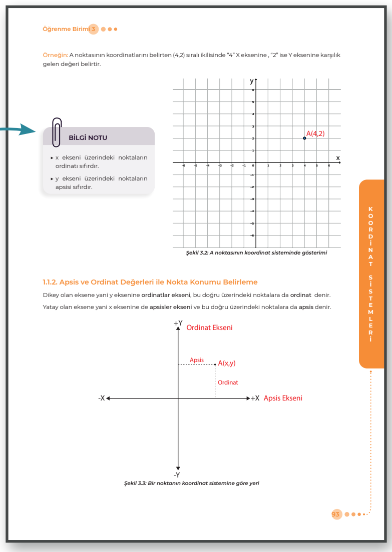
Konu sonu ölçme ve değerlendirme testlerini gösterir.



Konuyla ilgili uygulama faaliyetini gösterir.

Karekod okuyucu ile taratarak uygulama ile ilgili video, animasyon vb. ilave kaynaklara ulaşabileceğiniz karekod.

İnternet adresi ile de karekodun bağlantısına ulaşabilirsiniz.



Konuya ilişkin önemli bilgileri gösterir.

Yararlanılan kaynakları gösterir.

KAYNAKÇA

GENEL KAYNAKÇA

ERKAN, H. (1997), *Kadastro Tekniği*, Ankara: Harita Kadastro Mühendisleri Odası.

ERSOY, N. (2001), *Trigonometri*, Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.

KABASAKALOĞLU, S. (2002), *Ölçme Bilgisi*, İstanbul: Milli Eğitim Bakanlığı.

MEGEP *İnşaat Teknolojisi Alanı Çerçeve Öğretim Programı*, Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.

SARIBIYIK, T. (2005), *Ölçme Bilgisi ve Uygulaması*, İstanbul: Milli Eğitim Bakanlığı.

SONGU, C. (1983), *Ölçme Bilgisi Cilt 2*, İstanbul: Kipaş Dağıtım.

YAKAR, M., FIDAN, Ş., KARABACAK, A. (2020), *Çözümlü Örneklerle Mesleki Trigonometri*, Mersin: Atlas Akademi Yayınevi.

GENEL AĞ KAYNAKÇASI

http://www.hkmo.org.tr

http://www.tkgm.gov.tr

GÖRSEL KAYNAKÇA

Öğrenme Birimi 1'de Kullanılan Görseller	Kaynağı
Şekil 1.1	shutterstock.com id: 794186392
Şekil 1.2 Şekil 1.2 Şekil 1.3 Şekil 1.4 Şekil 1.5 Şekil 1.6	Komisyon tarafından oluşturulmuştur.
Görsel 1.1	shutterstock.com id: 1598379046
Şekil 1.7 Şekil 1.8 Şekil 1.9 Şekil 1.10 Şekil 1.11 Şekil 1.12	Komisyon tarafından oluşturulmuştur.

Öğrenme Birimi 2'de Kullanılan Görseller	Kaynağı
Şekil 2.1 Şekil 2.2 Şekil 2.3 Şekil 2.4 Şekil 2.5 Şekil 2.6 Şekil 2.7 Şekil 2.8 Şekil 2.9 Şekil 2.10 Şekil 2.11 Şekil 2.12 Şekil 2.13 Şekil 2.14 Şekil 2.15 Şekil 2.16 Şekil 2.17	Komisyon tarafından oluşturulmuştur.
Görsel 2.1	Komisyon tarafından oluşturulmuştur.
Şekil 2.18 Şekil 2.19 Şekil 2.20 Şekil 2.21 Şekil 2.22 Şekil 2.23	Komisyon tarafından oluşturulmuştur.

140

CEVAP ANAHTARLARI

ÖĞRENME BİRİMİ 1: TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ölçme ve Değerlendirme Testi 1	D	C	B	E	B	A	C	A	B	C			
Ölçme ve Değerlendirme Testi 2	C	C	A	D	C	D	C	D	B	A			
Ölçme ve Değerlendirme Testi 3	C	E	D	D	C	D	B	C	E	A			
Ölçme ve Değerlendirme Testi 4	A	E	C	E	C								

ÖĞRENME BİRİMİ 2: GEOMETRİK HESAPLAMALAR

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ölçme ve Değerlendirme Testi 1	C	A	C	C	D	D	E	C	A	B	B	A	D
Ölçme ve Değerlendirme Testi 2	D	D	C	D	A	B	A	C	D				
Ölçme ve Değerlendirme Testi 3	E	E	E	C	A	D							

ÖĞRENME BİRİMİ 3: KOORDİNAT SİSTEMLERİ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ölçme ve Değerlendirme Testi 1	E	B	E	A	C	B							
Ölçme ve Değerlendirme Testi 2	D	E	A	C	A	B	B						
Ölçme ve Değerlendirme Testi 3	C	E											

ÖĞRENME BİRİMİ 4: ALAN HESAPLARI

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ölçme ve Değerlendirme Testi 1	E	B	B										
Ölçme ve Değerlendirme Testi 2	B												
Ölçme ve Değerlendirme Testi 3	D	A											

142

Konu sonu ölçme ve değerlendirme testlerinin cevaplarını gösterir.

NELER ÖĞRENECEKSİNİZ?

- Alan birimlerinin birbirlerine dönüşümlerini
- Hacim birimlerinin birbirlerine dönüşümlerini
- Uzunluk birimlerinin birbirlerine dönüşümlerini
- Trigonometrinin tanımını
- Uzunluk birimi, alan birimi, hacim birimi, zaman birimi ve yay birimleri ile bunların örneklerini
- Trigonometrinin meslekteki yeri ve önemini
- Ölçü kavramını ve önemini
- Trigonometrik fonksiyonların dik üçgen yardımı ile tanımlarını
- Tümler açıların trigonometrik fonksiyonları ile ilgili örneklerini
- Küçük açıların trigonometrik fonksiyonlarıyla ilgili örneklerini
- Üçgen üzerinde bir açının trigonometrik fonksiyonları arasındaki bağıntıları
- Kosinüs teoremi ile ilgili örnekleri ve çözümlerini
- Trigonometrik fonksiyonlardan biri belli iken diğerlerinin hesaplanma şeklini ve örneklerini
- Sinüs teoremi ile ilgili örnekleri ve çözümlerini
- 30, 45, 60 derece gibi özel açıların trigonometrik fonksiyonlarının hesabını ve örneklerini

ÖĞRENME BİRİMİ 1

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

KONULAR

1 Ölçü Birimleri Dönüşümü

2 Trigonometrik Fonksiyonlar

3 Trigonometrik Fonksiyonlar Arasındaki Bağıntılar

4 Trigonometrik Fonksiyonlarla İlgili Teoremler

TEMEL KAVRAMLAR

- Ölçü kavramı
- Uzunluk birimi
- Alan birimi
- Hacim birimi
- Zaman birimi
- Uzunluk, alan, hacim birimleri dönüşümleri
- Trigonometri
- Dik üçgen
- Trigonometrik fonksiyonlar
- 30, 45, 60 derece özel açılar
- Sinüs teoremi
- Kosinüs teoremi
- Küçük açı

Hazırlık Çalışması

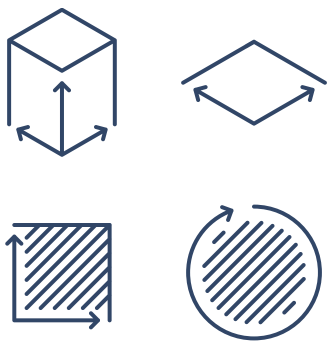
1. Ölçü birimleri olmasaydı hayatımızda ne gibi karışıklıklar yaşanırdı? Sınıfta düşüncelerinizi paylaşınız.
2. Eski dönemlerde kullanılan ölçü birimlerinden bildikleriniz nelerdir? Bildiklerinizi ve kullanım alanlarını söyleyiniz.

1. ÖLÇÜ BİRİMLERİ VE BİRİMLER ARASINDAKİ DÖNÜŞÜMLER

1.1. Ölçü Birimleri

Bir niceliği, o nicelik için kabul edilmiş birimlerden birine göre oranlayarak değerlendirmeye **ölçü** denir.

Uzunluk, alan, hacim, açı ve zaman gibi birçok ölçü kavramının kendine ait birimleri vardır. Bu birimler evrensel anlamda birbirimiz ile anlaşmamızı sağlarken günlük hayatımızı da kolaylaştırırlar.



Şekil 1.1

1.1.1. Uzunluk Birimleri

Bir şeyin bir uçtan bir uca ölçümüne **uzunluk** denir. Uzunluk birimi olarak istisnalar haricinde genellikle metre kullanılır. Metrenin ise alt katları ve üst katları vardır.

Tablo 1.1: Uzunluk Birimleri

	BİRİM	YAZILIŞI	METRE CİNSİNDEN KARŞILIĞI
ÜST KATLARI	KİLOMETRE	km	1000 m
	HEKTOMETRE	hm	100 m
	DEKAMETRE	dam	10 m
	METRE	m	1 m
AS KATLARI	DESİMETRE	dm	0,1 m
	SANTİMETRE	cm	0,01 m
	MİLİMETRE	mm	0,001 m

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

1.1.1.1. Yabancı Uzunluk Birimleri

Dünya üzerinde ölçü birimi olarak sadece metre kullanılmamaktadır. Yabancı ülkelerde değişik birim sistemleri vardır. Bunlardan bazıları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 1.2: Yabancı Uzunluk Birimleri

YABANCI BİRİM ADI	METRİK OLARAK KARŞILIĞI	KULLANILAN ÜLKE
İnch	2,54 cm	İngiltere
Feet	30,48 cm	İngiltere
Yarda	0,9144 m	İngiltere
Bu	0,3 cm	Japonya
Kuadra	86,6 m	Paraguay
Verst	1,06 km	Rusya
Alman Mili	7500,0 m	Almanya
Chi	1,0 m	Çin
Fransız Mili	1852,0 m	Fransa
Ken	1,8 m	Japonya
Li	576,0 m	Çin
Pik	57,9 cm	Mısır
Rus Mili	7467,0 m	Rusya

1.1.1.2. Eski Uzunluk Ölçü Birimleri

Ülkemizde eski dönemlerde farklı uzunluk ölçü birimleri kullanılmıştır. Bunlardan bazıları aşağıdaki gibidir.

Tablo 1.3: Eski Uzunluk Birimleri

ESKİ BİRİM	METRİK KARŞILIĞI
Endaze	0,65 m
Arşın	0,68 m
Eski Mil	1895 m
Rubu	0,0085 m
Hat	0,00263 m
Berid	22740 m
Kulaç	1,89 m

1.1.2. Alan Birimi

Bir yüzeyin kapladığı büyüklüğe **alan (yüz ölçümü)** denir. Temel alan birimi metrekaredir ve m^2 şeklinde gösterilir. Yüz ölçümüne ait as ve üst katlar şunlardır:

Tablo 1.4: Alan Birimleri

	BİRİM	GÖSTERİMİ	KARŞILIĞI
ÜST KATLARI	Kilometre	km^2	1000000 m^2
	Hektar (Hektometrekare)	ha (hm^2)	10000 m^2
	Dekar (Dönüm)	daa	1000 m^2
	Ar	ar	100 m^2
	Metrekare	m^2	1 m^2
AS KATLARI	Desimetrekare	dm^2	0,01 m^2
	Santimetrekare	cm^2	0,0001 m^2
	Milimetrekare	mm^2	0,000001 m^2

1.1.3. Hacim Birimi

Bir cismin uzayda kapladığı yer miktarına **hacim** denir. Temel hacim birimi metre küptür ve m^3 şeklinde gösterilir.

Tablo 1.5: Hacim Birimleri

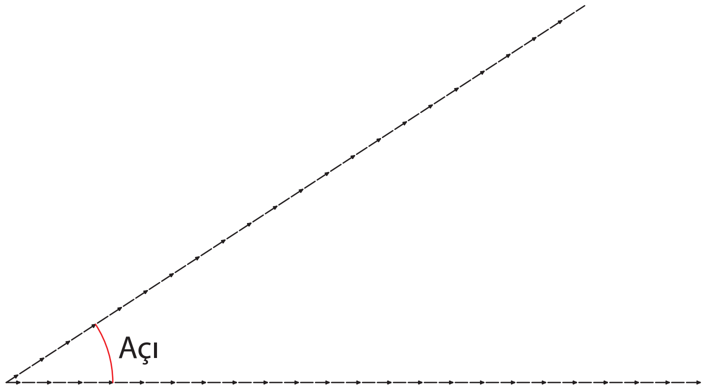
	BİRİM	GÖSTERİMİ	KARŞILIĞI
ÜST KATLARI	Kilometreküp	km^3	1000000000 m^3
	Hektometreküp	hm^3	1000000 m^3
	Dekametreküp	dam^3	1000 m^3
	Metreküp	m^3	1 m^3
AS KATLARI	Desimetreküp	dm^3	0,001 m^3
	Santimetreküp	cm^3	0,000001 m^3
	Milimetreküp	mm^3	0,000000001 m^3

Ayrıca 0,001 m^3 = 1 desimetreküp = 1 litredir.

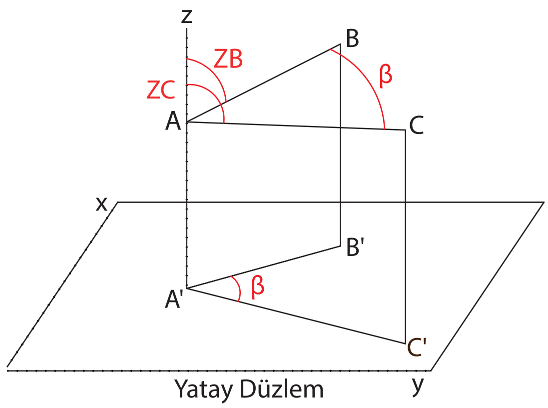
1.1.4. Açı Birimi

Açı: Başlangıç noktası aynı olan iki doğru arasındaki dönme miktarına **açı** denir. Açı günlük hayatla ilişkilendirilmek istenirse ayakta duran bir insanın durduğu yerde sağ ve sol yönde dönmesi örnek gösterilebilir (Şekil 1.2).

Açı - yay ölçüsü birimleri derece, grad, milyem ve radyandır. Haritacılık işlemlerinde genellikle Grad ölçü birimi kullanılmaktadır.



Şekil 1.2: Kesişen iki doğru ve arasındaki açının gösterimi



Şekil 1.3: Yatay ve düşeydeki düzlem ve açıların gösterimi

Üzerinde, kesişen iki doğrunun her noktasının dokunması gereken yüzeye **düzlem** denir.

Düzlemler çekül doğrultusunun içinden geçiyorsa **düşey düzlem** adını alır. Bir noktadan çıkan iki yatay doğrunun belirttiği düzleme ise **yatay düzlem** denir. Her iki düzlemdeki açılar mesleki aletler yardımı ile ölçülür. **Yatay açılar saat ibresi yönünde artarlar** (Şekil 1.3).

Düşey açılar ise zenitten (yer çekiminin gücünün tersi olan yerel dikey yön) veya yataydan itibaren ölçülürler. Zenit başlangıç olmuşsa **düşey açı** adını alır. Başlangıç yatay olmuşsa **eğim açısı** adını alır.

Yatay açı: AB ve AC doğrularından geçen düşey düzlemlerin yatay düzlem ile ara kesitleri (A'B' ve A'C' arasında kalan) arasındaki β açısına **yatay açı** denir.

Düşey açı: Düşey açılar, noktalar arasındaki yükseklik farklarının hesaplanmasında ve eğik uzunlukların yatay uzunluklara dönüştürülmesinde kullanılır. Düşey açılar iki şekilde ifade edilir ve ölçülür. AB ve AC doğrularından geçen düşey düzlemler üzerinde A noktasından geçen düşey doğrultu (aynı zamanda iki düzlemin ara kesiti) ile AB ve AC doğruları arasındaki açılara **zenit (başucu) açısı** denir.

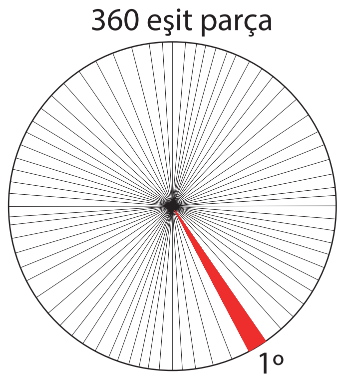
1.1.4.1. Derece

Çemberin 360 eşit parçaya ayrılmış haline **1 derece** denir. 1° sembolü ile gösterilir. Derecenin 60'ta birine **1 derece dakikası**, 1 derece dakikasının 60'ta birine **1 derece saniyesi** denir.

1=60 (derece dakikası) (') sembolü ile gösterilir.

1'=60'' (derece saniye) ('') sembolü ile gösterilir.

1^0=60'=3600'' ve 1 tam açı=360^0



Şekil 1.4: 360 parçaya bölünen dairenin gösterimi

Mesleğimizdeki uygulamalarda dereceyi ondalık sisteme çeviririz. Bu işlemin basamakları sırası ile şöyle gerçekleştirilir:

1. Saniye dakikaya çevrilir ve dakikaya eklenir.
2. Dakika dereceye çevrilir ve dereceye eklenir.
3. İşlem bittikten sonra ondalık olarak bulunan açılar genellikle derece, dakika ve saniye olarak yazılır.
4. Önce derecenin ondalık kısmı dakikaya çevrilir. Sonra dakikanın ondalık kısmı saniyeye çevrilir.
5. Burada amaç saniyeyi ve dakikayı derece cinsine çevirip en son hepsini birbirlerine eklemektir. Bu sayede ondalık bir derece değeri karşımıza çıkar.

Örnek 1.1

Derece cinsinden verilmiş olan 14^0 15' 25,6'' lik açıyı ondalık sisteme çeviriniz.

Çözüm 1.1

25,6'' olan değeri dereceye çevirelim. → $\frac{25{,}6''}{3600} = 0{,}00711111^\circ$

15' olan değeri dereceye çevirelim. → $\frac{15'}{60} = 0{,}25^\circ$

$14^\circ + 0{,}25^\circ + 0{,}00711111^\circ = 14{,}2571111^\circ$

Örnek 1.2

Derece cinsinden verilmiş olan $36^0\ 28'\ 12{,}1''$ lik açıyı ondalık sisteme çeviriniz.

Çözüm 1.2

$\frac{12{,}1''}{3600} = 0{,}00336111^\circ$

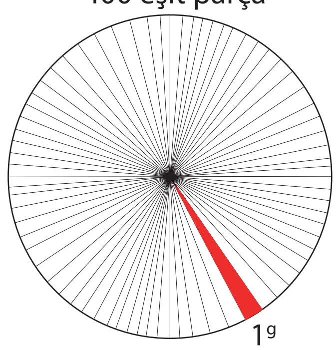
$\frac{28'}{60} = 0{,}46666667^\circ$

$\rightarrow \quad 36^\circ + 0{,}00336111^\circ + 0{,}46666667^\circ = 36{,}47002778^\circ$

1.1.4.2. Grad (Gon)

Tam bir daire çevresinin 400 eş parçaya ayrılmasına **grad** veya **gon** denir. 1^g sembolü ile gösterilir. 1 gradın 100'de birine 1 grad dakikası, 1 grad dakikasının 100'de birine 1 grad saniyesi denir.

Ölçme aletlerinde, ölçme uygulamalarında ve mesleğimizde grad sıklıkla kullanılmaktadır.



Şekil 1.5: 400 parçaya bölünen dairenin gösterimi

$1^g = 100^c$ grad dakikası (^{c}) sembolü ile gösterilir.

$1^c = 100^{cc}$ grad saniyesi (^{cc}) sembolü ile gösterilir.

$1^g = 100^c = 10\ 000^{cc}$

1 Tam açı = 400^g'dır.

Grad açı birimi 100'lük sistemdir.

$58^g\ 16^c\ 38^{cc}$ açısı $58^g{,}1638$ şeklinde yazılır.

1.1.4.3. Milyem

Tam bir daire çevresinin 6400'de birine 1 **milyem** denir. $1^{=}$ sembolü ile gösterilir.

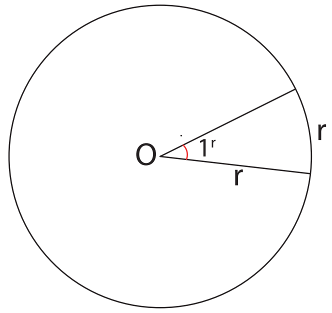
Askeri kullanım amaçlı olup top, tank atışlarında kullanılmaktadır. Teknolojinin gelişmesi ile yerini dereceye bırakmıştır.

$1600^{=} = 90^0 = 100^g$

1 Tam açı $6400^{=}$ dir.

1.1.5. Yay Birimi (Radyan)

Bir dairede yarıçap uzunluğundaki yay parçasını gören merkez açıya eşit açı **radyan** denir. Bu ölçme birimi 1^r şeklinde gösterilir.



Şekil 1.6: Radyan açısının daire üzerinde gösterimi

1.1.6. Zaman Birimi

Dünyanın güneşin etrafında bir kez dönmesi ile oluşan zaman dilimine **1 yıl**, dünyanın kendi ekseni etrafında tam dönmesi için geçen süreye de **1 gün** denir. Bu süreler zaman birimi olarak kabul edilmiştir. Zaman saat, dakika, saniye, salise gibi birimlerden oluşur ve (h) sembolü ile gösterilir.

1 saat = 60 dakika (dk. veya min. sembolü ile gösterilir.)

1 dakika = 60 saniye (s sembolü ile gösterilir.)

1 tam gün = 24 saat (h sembolü ile gösterilir.)

1.2. Birimler Arasındaki Dönüşümler

Birimler arası dönüşümleri yapabilmek için birimlerin alt ve üst katlarını bilmek gerekir.

1.2.1. Uzunluk Birimleri Arasındaki Dönüşümler

Uzunluk ölçüsü birimleri 10'ar 10'ar büyür ve küçülürler. Birimler üst katlarına çevrilirken 10'a bölünür, alt katlarına çevrilirken 10 ile çarpılırlar.

Tablo 1.6: Uzunluk Birimleri Arasındaki Dönüşümler

1 000 000 000 000 metre = 10^{12} m = 1 terametre Tm
1 000 000 000 metre = 10^{9} m = 1 gigametre Gm
1 000 000 metre = 10^{6} m = 1 megametre Mm
1 000 metre = 10^{3} m = 1 kilometre km
100 metre = 10^{2} m = 1 hektometre hm
10 metre = 10^{1} m = 1 dekametre dam
1 metre = 10^{0} m = 1 metre m
0,1 metre = 10^{-1} m = 1 desimetre dm
0,01 metre = 10^{-2} m = 1 santimetre cm
0,001 metre = 10^{-3} m = 1 milimetre mm
0,000 001 metre = 10^{-6} m = 1 mikrometre μm
0,000 000 001 metre = 10^{-9} m = 1 nanometre nm
0,000 000 000 001 metre = 10^{-12} m = 1 pikometre pm

Örneğin:

0,05 km = 50 m	0,639 m = 6,39 dm
0,05 km = 5000 cm	0,639 m = 63,9 cm
0,05 km = 50000 mm	0,639 m = 639 mm

1.2.2. Alan Birimleri Arasındaki Dönüşümler

Alan ölçüsü birimleri 100'er 100'er büyür, 100'er 100'er küçülür. Birimleri birbirlerine dönüştürmek için ya 100'e bölünür ya da 100 ile çarpılırlar. Alan ölçüsü birimleri genellikle m^2 cinsinden hesaplanır.

Örnek 1.5

0,3519 m^2 alanını dm^2, cm^2, mm^2 birimlerinde hesaplayınız.

Çözüm 1.5

0,3519 m^2 = 35,19 dm^2
0,3519 m^2 = 3519 cm^2
0,3519 m^2 = 351900 mm^2

Örnek 1.6

Alanı 5860,34 m^2 olan bir arsanın alanını dekar, cm^2 ve hektar birimlerinde hesaplayınız.

Çözüm 1.6

5860,34 m^2 = 5,86034 *dekar (dönüm)*
5860,34 m^2 = 58603400 cm^2
5860,34 m^2 = 0,586034 *hektar*

Örnek 1.7

Bir arsa 769000 m^2 olarak ölçülmüştür. Bu arsayı dam^2, hm^2 ve km^2 cinsinden hesaplayınız.

Çözüm 1.7

769000 m^2 = 7690 dam^2
769000 m^2 = 76,9 hm^2
769000 m^2 = 0,769 km^2

1.2.3. Hacim Birimleri Arasındaki Dönüşümler

Hacim ölçü birimi 1000'er 1000'er büyür. Yani birbirleri arasında dönüşüm yaparken üst katlarına doğru giderken 1000'e böler ya da alt katlarına gidiyorsak 1000 ile çarparız. Hacim birimlerini genellikle mesleğimizde kazı-dolgu hacmini hesaplarken kullanırız.

Örnek 1.8

8536 dm^3 lük bir malzeme kaç metreküptür?

Çözüm 1.8

8536 dm^3 = 8,536 m^3

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

Örnek 1.9

258 m³ kaç cm³ tür?

Çözüm 1.9

$258\,m^3 = 258000000\,cm^3$

1.2.4. Açı Sistemleri Arasındaki Dönüşümler

Açı birimleri arasındaki dönüşümlerin hepsi bir bağıntıdan bulunabilir. Derece **D**, radyan **R**, grad **G**, milyem **M** olmak üzere;

$$\boxed{\frac{R}{2\pi} = \frac{D}{360} = \frac{G}{400} = \frac{M}{6400}}$$

Paydaları 2'ye bölecek olursak bağlantı

$$\boxed{\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180} = \frac{G}{200} = \frac{M}{3200}}$$ halini alır.

- **Derecenin alt katları**

Derece dakikası: $1' = \frac{1^\circ}{60}$

Derece saniyesi: $1'' = \frac{1^\circ}{3600}$

Örnek 1.10

$35^\circ 10'42{,}3'' = 35^\circ{,}17841667$ olduğunu gösteriniz.

Çözüm 1.10

Bu işlem için önce derece saniyesi dakikaya çevrilir.

Sonra derece dakikaları toplanır.

Derece dakikaları dereceye çevrilir.

En son dereceler toplanır.

$$\frac{42{,}3''}{60} = 0'{,}705$$

$$10' + 0'{,}705 = 10'{,}705$$

$$\frac{10'{,}705}{60} = 0^\circ{,}178416666$$

$$35^\circ + 0^\circ{,}178416666 = 35^\circ{,}17841667$$

PRATİK BİLGİ

Bu işlem hesap makinesinin °''' tuşuna basılarak yapılabilir.

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

- **Grad'ın alt katları**

Grad Dakikası: $1^c = 0{,}01^g$
Grad Saniyesi: $1^{cc} = 0{,}0001^g$

Örnek: $0{,}3589^g = 35{,}89^c = 3589^{cc}$

Bu işlemde her alt kat için 100 ile çarpılır. Her üst kat için 100'e bölünür.

Açı Sistemleri Arasındaki Dönüşüm ile İlgili Örnekler

Örnek 1.11

$25^0\ 41'\ 27''$ açısı kaç graddır?

Çözüm 1.11

$25^\circ 41' 27'' = 25{,}69083333$

$\frac{G}{200} = \frac{D}{180}$

$\frac{G}{200} = \frac{25{,}69083333}{180}$

$G = 28^g{,}5454$

Örnek 1.12

$38^0\ 24'\ 12''$ açısı kaç grad eder?

Çözüm 1.12

$\frac{D}{180} = \frac{G}{200}$

$G = 42^g\ 67^c\ 04^{cc}$

Örnek 1.13

$58^g{,}3518$ açısını derece cinsinden hesaplayınız.

Çözüm 1.13

$\frac{G}{200} = \frac{D}{180}$

$\frac{58{,}3518}{200} = \frac{D}{180}$

$D = 52^\circ 30' 59{,}83''$

Örnek 1.14

$71^g{,}8514$ açısını derece cinsinden hesaplayınız.

Çözüm 1.14

$\frac{G}{200} = \frac{D}{180}$

$D = 64{,}66626^\circ$

$D = 64^\circ\ 39'\ 58{,}54''$

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

Örnek 1.15

25^0 12' açısını grad cinsinden hesaplayınız.

Çözüm 1.15

$$\frac{D}{180} = \frac{G}{200}$$

$G = 28^g$

Örnek 1.16

14^0 19' 26,2'' açısını grad cinsinden hesaplayınız.

Çözüm 1.16

$14^\circ 19' 26{,}2'' = 14{,}32394444^\circ$

$$\frac{D}{180} = \frac{G}{200}$$

$G = 15{,}9154938^g$

$G = 15^g\, 91^c\, 55^{cc}$

Örnek 1.17

$61{,}3518^g$ açısını derece cinsinden hesaplayınız.

Çözüm 1.17

$$\frac{D}{180} = \frac{G}{200}$$

$$\frac{D}{180} = \frac{61{,}3518}{200}$$

$D = 55{,}21662^\circ$

$D = 55^\circ\, 12'\, 59{,}83''$

Örnek 1.18

Bir ABC üçgenin iç açıları A=30°20'40'', B=60°41'36'' olduğuna göre C açısı kaç derecedir ve grada dönüştürülmüş değeri nedir? (Bir üçgenin iç açıları toplamı = 180^0 = 200^g dır.)

Çözüm 1.18

Üçgenin diğer açısı şöyle bulunur:

$30^\circ 20' 40'' + 60^\circ 41' 36'' + C = 180^\circ$

$91^\circ 2' 16'' + C = 180^\circ$

$C = 88^\circ 57' 44''$

Açının grad değeri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\frac{D}{180} = \frac{G}{200}$$

$$\frac{88{,}96222222}{180} = \frac{G}{200}$$

$G = 98^g\, 84^c\, 69{,}14^{cc}$

Örnek 1.19

Bir doğruda bulunan A açısı ile B açısının toplamı 200 graddır. A = $78^g{,}1528$ ise B açısı derece cinsinden nedir?

Çözüm 1.19

$A + B = 200^g$

$78^g{,}1528 + B = 200^g$

$B = 121^g{,}8472$

$$\frac{D}{180} = \frac{121{,}8472}{200}$$

$D = 109^\circ 39' 44{,}9''$

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

Örnek 1.20

Tümler açı olan iki açıdan bir tanesi 50°26'32'' olduğuna göre diğer açının bütünleri kaç graddır? (Tümler açıların toplamı 90°, bütünler açıların toplamı 180° dir.)

Çözüm 1.20

50°26'32'' açısının tümleri A açısı olsun.

$A + 50°26'32'' = 90°$

$A = 39°33'28''$

Bu açının bütünleri B açısı olsun.

$B + 39°33'28'' = 180°$

$B = 140°26'32''$

Son olarak açı sorunun istediği birim olan grada çevrilir.

$$\frac{D}{180} = \frac{G}{200}$$

$$\frac{140{,}4422222}{180} = \frac{G}{200}$$

$G = 156^{g}04^{c}69{,}14^{cc}$

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME TESTİ 1

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyunuz ve doğru olduğunu düşündüğünüz şıkkı işaretleyiniz.

1. Bir yol 693km'dir. Bu yol kaç m'dir?

A) 0,0693
B) 0,693
C) 69300
D) 693000
E) 6930000

2. Boyu 36,58m olan direk kaç cm'dir?

A) 0,3658
B) 3,658
C) 3658
D) 36580
E) 365800

3. Bir arsanın alanı $852m^2$ ölçülmüştür. Bu arsa kaç dönümdür?

A) 0,0852
B) 0,852
C) 8520
D) 85200
E) 8520000

4. Alanı $0,85km^2$ olan bir arsa kaç m^2 dir?

A) 0,0850
B) 850
C) 8500
D) 85000
E) 850000

5. Kazı alanından çıkan malzeme $9563dm^3$ tür. Bu malzeme kaç m^3 tür?

A) 0,9563
B) 9,563
C) 95,63
D) 95630
E) 956300

6. $2583cm^3$ kaç m^3 tür?

A) 0,002583
B) 0,02583
C) 0,2583
D) 25830
E) 258300

7. $\alpha = 58^0\ 44'\ 11''$ olduğuna göre α açısının grad cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $56^g\ 42^c\ 22^{cc}$
B) $57^g\ 55^c\ 25.11^{cc}$
C) $65^g\ 15^c\ 45.56^{cc}$
D) $65^g\ 26^c\ 27^{cc}$
E) $66^g\ 13^c\ 15.2^{cc}$

8. $\alpha = 55,2586^0$ açısının değeri 60 derecelik sistemde aşağıdakilerden hangisidir?

A) $55^0\ 15'\ 30,96''$
B) $55^0\ 59'\ 12''$
C) $56^0\ 21'\ 14,18''$
D) $57^0\ 25'\ 36,74''$
E) $60^0\ 39'\ 17,74''$

9. $28^g,3851$ açısının derece cinsinden değeri nedir?

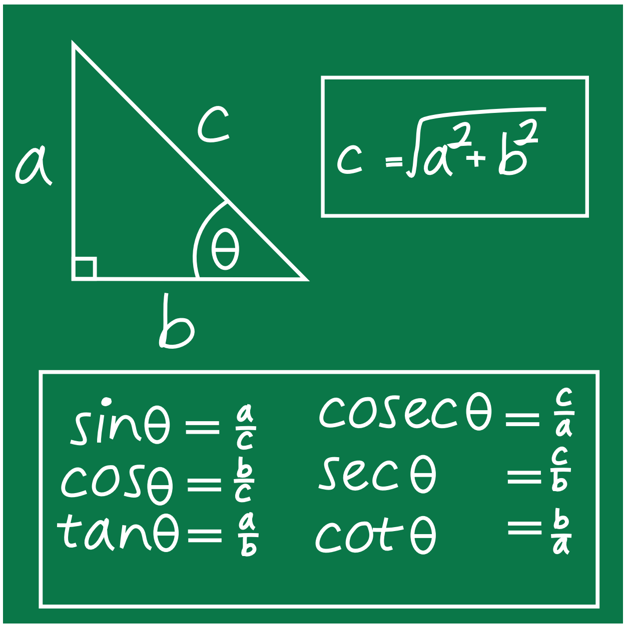
A) $24^0,36587$
B) $25^0,54659$
C) $26^0,52582$
D) $32^0,38547$
E) $39^0,5241$

10. ABC üçgeninde $A=50^0 45'18''$ ve $B=45^0 17'28''$ ise C açısının grad cinsinden değeri nedir?

A) $85^g\ 14^c\ 11,31^{cc}$
B) $88^g\ 53^c\ 5,22^{cc}$
C) $93^g\ 28^c\ 20,99^{cc}$
D) $96^g\ 55^c\ 24,14^{cc}$
E) $100^g\ 56^c\ 12,14^{cc}$

2. TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

Trigonometri, üçgenlerin kenar ve açıları arasındaki bağıntıları gösteren ve bu sayede hesaplamaları kolaylaştıran bir matematik dalıdır. Dik üçgende bir açının trigonometrik fonksiyonları üçgenin kenarlarının birbirine oranı şeklindedir. Bu oranlara kosinüs (cos), sinüs (sin), tanjant (tg veya tan), kotanjant (cot) şeklinde isimler verilmiştir. Bunlar birer oran oldukları için birimleri yoktur (Görsel 1.1).



Görsel 1.1: Trigonometrik fonksiyonlar

2.1. Trigonometrinin Meslekteki Yeri ve Önemi

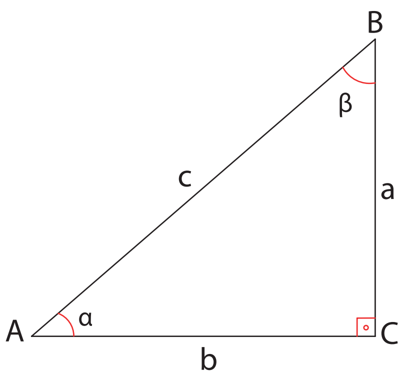
Trigonometriden mesleğimizde arsa ölçümlerinde, arazi alanlarının hesaplanmasında, kazı (yarma) ve dolgu hacimlerinin hesaplamasında (kübaj hesaplamasında); poligon ve nirengi gibi yer kontrol noktalarının tespitinde ve ölçümlerinde; nivo, teodolit, total station gibi ölçü aletleriyle yapılan doğrultu, kenar, açı ve yükseklik ölçü değerlerinin hesaplamasında yararlanılır.

2.2. Trigonometrik Fonksiyonların Tanımı

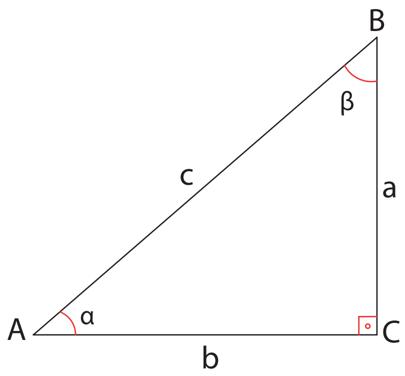
Bir ABC dik üçgeninde; dik açının karşısındaki kenara hipotenüs, diğer kenarlara da dik kenarlar adı verilir.

AB uzunluğu = c (hipotenüs)

AC uzunluğu, BC uzunluğu kenarları dik kenarlardır.



Şekil 1.7: Dik üçgen



Şekil 1.7: Dik üçgen

Sinüs Fonksiyonu: Bir açının karşısındaki dik kenarın uzunluğunun hipotenüsün uzunluğuna oranıdır. Bu fonksiyona bağlı olarak sinüsün tersi fonksiyona **kosekant (cosec)** denir.

Kosekantın tanımlı olduğu yerlerde $\boxed{\text{cosec}\,\alpha = \dfrac{1}{\sin\alpha}}$ 'dir.

$$\sin\alpha = \frac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Hipotenüs}}$$

$$\sin\alpha = \frac{BC}{AB}$$

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\sin\beta = \frac{b}{c}$$

Kosinüs Fonksiyonu: Açıya komşu dik kenarın uzunluğunun, hipotenüsün uzunluğuna oranıdır. Bu fonksiyona bağlı olarak cosinüsün tersi fonksiyona **sekant (sec)** denir.

Sekantın tanımlı olduğu yerlerde $\boxed{\sec\alpha = \dfrac{1}{\cos\alpha}}$ 'dir.

$$\cos\alpha = \frac{\text{Komşu dik kenar}}{\text{Hipotenüs}}$$

$$\cos\alpha = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\cos\beta = \frac{a}{c}$$

Tanjant Fonksiyonu: Açının karşısındaki dik kenarın uzunluğunun, açıya komşu dik kenarın uzunluğuna oranıdır.

$$\tan\alpha = \frac{\text{Karşı dik kenar}}{\text{Komşu dik kenar}}$$

$$\tan\alpha = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\tan\beta = \frac{b}{a}$$

Kotanjant Fonksiyonu: Açıya komşu dik kenarın uzunluğunun, karşıdaki dik kenarın uzunluğuna oranıdır.

Kotanjant fonksiyonu hesap makinelerinde yer almaz. Onun yerine $\cot\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha}$ eşitliği kullanılır.

$$\cot\alpha = \frac{\textit{Komşu dik kenar}}{\textit{Karşı dik kenar}}$$

$$\cot\alpha = \frac{AC}{BC}$$

$$\cot\alpha = \frac{b}{a}$$

$$\cot\alpha = \frac{b}{a}$$

$$\cot\beta = \frac{a}{b}$$

Kosinüs, sinüs arasında ve tanjant, kotanjant arasında bir bağ vardır.

$$\cos\alpha = \sin\beta = \frac{b}{c}$$

$$\cos\beta = \sin\alpha = \frac{a}{c}$$

Bu eşitliğin sebebi ise birbirini 90°'ye tamamlayan açıların (tümler açıların) kosinüs ve sinüs değerlerinin birbirlerine eşit olmasıdır.

Yine benzer durum, $\cot\beta = \tan\alpha = \dfrac{a}{b}$, $\cot\alpha = \tan\beta = \dfrac{b}{a}$ bağıntıları birbirlerine eşittir.

$\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ olduğu, $\tan\alpha = \dfrac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}}$, $\tan\alpha = \dfrac{a}{b}$ şeklinde ispat yapılır.

$\tan\alpha = \dfrac{a}{b}$, $\cot\alpha = \dfrac{b}{a}$ olduğundan $\cot\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha}$ yazılabilir.

$\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $\cot\alpha = \dfrac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}}$, $\cot\alpha = \dfrac{b}{a}$ olduğu görülür.

2.3. Tümler Açının Trigonometrik Fonksiyonu

ABC dik üçgeninde α ve β açılarına, $\alpha + \beta = 90^\circ = \dfrac{\pi}{2}$ radyan olduğundan **tümler açılar** denir.

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$
$$\sin\alpha = \cos\beta$$

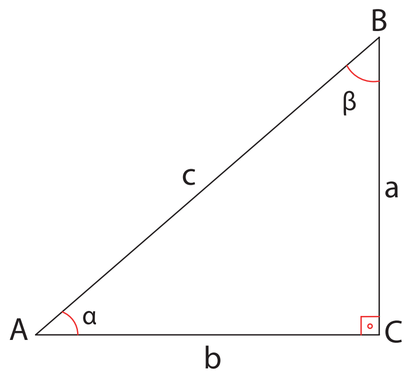
$$\tan\alpha = \frac{a}{b}$$
$$\tan\alpha = \cot\beta$$

$$\sec\alpha = \frac{c}{b}$$
$$\sec\alpha = \operatorname{cosec}\beta$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$
$$\cos\alpha = \sin\beta$$

$$\cot\alpha = \frac{b}{a}$$
$$\cot\alpha = \tan\beta$$

$$\operatorname{cosec}\alpha = \frac{c}{a}$$
$$\operatorname{cosec}\alpha = \sec\beta$$



Şekil 1.7: Dik üçgen

Bu bağıntılarda β yerine

$(90^\circ - \alpha), (100^g - \alpha)$ veya $\left[\frac{\pi}{2} - \alpha\right]$ eşiti konulur ise aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \cos(100^g - \alpha) = \cos\left[\frac{\pi}{2} - \alpha\right] = \sin\alpha$$

$$\text{cotg}(90^\circ - \alpha) = \text{cotg}(100^g - \alpha) = \text{cotg}\left[\frac{\pi}{2} - \alpha\right] = \text{tg}\,\alpha$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \sin(100^g - \alpha) = \sin\left[\frac{\pi}{2} - \alpha\right] = \cos\alpha$$

$$\sec(90^\circ - \alpha) = \sec(100^g - \alpha) = \sec\left[\frac{\pi}{2} - \alpha\right] = \text{cosec}\,\alpha$$

$$\text{tg}(90^\circ - \alpha) = \text{tg}(100^g - \alpha) = \text{tg}\left[\frac{\pi}{2} - \alpha\right] = \cot g\,\alpha$$

$$\text{cosec}(90^\circ - \alpha) = \text{cosec}(100^g - \alpha) = \text{cosec}\left[\frac{\pi}{2} - \alpha\right] = \sec\alpha$$

Bu bağıntılarda görüldüğü gibi birbirlerini $90^0 = 100^g = \pi/2$'ye tamamlayan iki açıdan birinin trigonometrik fonksiyonlarına (sin, cos, tg, cotg, sec, cosec) karşılık gelen, diğerinin trigonometrik kofonksiyonlarına (cos, sin, cotg, tg, cosec, sec) eşit olmaktadır. Yani birinin kosinüsü diğerinin sinüsüne eşit olmaktadır.

Örnek: $\alpha = 80^g$, $\beta = 20^g$ veriliyor ise $80^g + 20^g = 100^g$ olduğu için birbirlerinin tümleridirler. Buna göre:

$\sin 80^g = \cos 20^g$
$\tan 80^g = \cot 20^g$
$\text{cosec}\, 80^g = \sec 20^g$ dir.

Örnek 2.1

Sin 34^0 = Cosα^0 ise α dar açısının değerini bulunuz.

Çözüm 2.1

$\sin 34^\circ = \cos\alpha^\circ$
$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha^\circ$ **olduğu için bu açılar birbirlerinin tümler açılarıdır.**
$\alpha = 90^\circ - 34^\circ$
$\alpha = 56^\circ$ **bulunur.**
$\sin 34^\circ = \cos 56^\circ$ **dir.**

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME TESTİ 2

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyunuz ve doğru olduğunu düşündüğünüz şıkkı işaretleyiniz.

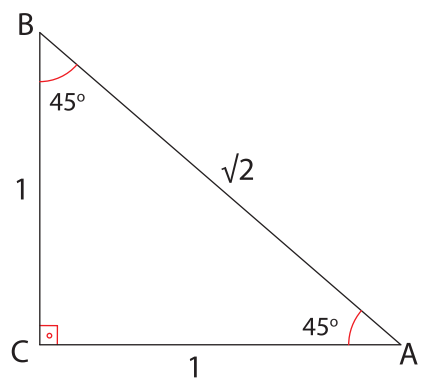
1. sin 38^0 = cosα^0 eşitliğini sağlayan α dar açısının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 32
B) 42
C) 52
D) 62
E) 72

2. sinα^0 = cos 65^0 eşitliğini sağlayan α dar açısının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 15
B) 18
C) 25
D) 33
E) 35

3 - 5. soruları aşağıdaki dik üçgene göre çözünüz.



3. Sin 45^0, cos 45^0 nin değerleri sırası ile kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$
B) $\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{2}$
C) $2, \frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{\sqrt{2}}, 1$
E) $1, \frac{1}{2}$

4. Tan 45^0, cot 45^0 nin değerleri sırası ile kaçtır?

A) $2, \frac{1}{2}$
B) $1, \frac{1}{2}$
C) $\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{2}$
D) 1, 1
E) $\sqrt{2}, \sqrt{2}$

5. Cosec 45^0, sec 45^0 nin değerleri sırası ile kaçtır?

A) $2, \frac{1}{2}$
B) $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$
C) $\sqrt{2}, \sqrt{2}$
D) 1, 1
E) $1, \frac{1}{2}$

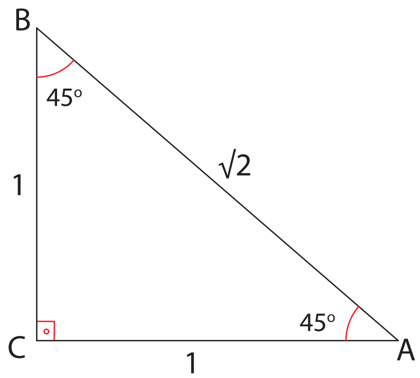
6. $\beta = 70^g\ 28^c\ 59{,}8^{cc}$ açısında tanα ve cotα'nın yaklaşık değeri sırası ile aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0,3 - 2
B) 0,8 - 0,1
C) 1 - 2
D) 2 - 0,5
E) 0,6 - 0,4

7. $\beta = 30^0\ 57'\ 48.52''$ açısının yaklaşık tanβ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0,4
B) 0,5
C) 0,6
D) 0,7
E) 0,8

8 ve 9. soruları aşağıdaki dik üçgene göre açıları grada çevirip çözünüz.



8. Sin 50^g, cos 50^g nin değerleri sırası ile kaçtır?

A) $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$

B) 2, $\frac{1}{2}$

C) 1, $\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{2}}$

E) $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sqrt{2}$

9. Tan 50^g, cot 50^g nin değerleri sırası ile kaçtır?

A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sqrt{2}$

B) 1, 1

C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{2}}$

D) 2, $\frac{1}{2}$

E) $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$

10. $\alpha = 48^g\ 21^c$ açısında cosα ve sinα'nın yaklaşık değeri sırası ile aşağıdakilerden hangisidir?

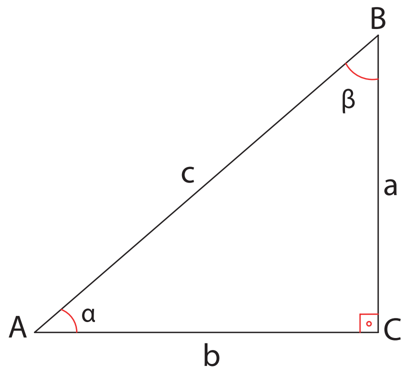
A) 0,725194135 - 0,688544454
B) 0,154194138 - 0,454822222
C) 0,147697523 - 0,447451685
D) 0,574262734 - 0,524586258
E) 0,684753226 - 0,587142361

NOTLAR

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

3. TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR ARASINDAKİ BAĞINTILAR

Trigonometrik fonksiyonlarla ilgili bağıntılar aşağıda verilen (Şekil 1.8) dik üçgen yardımıyla gösterilmektedir.



Şekil 1.8: Dik üçgendeki açı ve uzunlukların gösterimi

Yapılacak işlemlerde kullanılacak en önemli bağıntılar şunlardır:

$$\sin\alpha = \frac{\textit{Karşı}}{\textit{Hipotenüs}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{\textit{Komşu}}{\textit{Hipotenüs}} = \frac{b}{c}$$

$$(tg\alpha) = \tan\alpha = \frac{\textit{Karşı}}{\textit{Komşu}} = \frac{a}{b}$$

$$(\cot g\alpha) = \cot\alpha = \frac{\textit{Komşu}}{\textit{Karşı}} = \frac{b}{a}$$

$$\sec\alpha = \frac{\textit{Hipotenüs}}{\textit{Komşu}} = \frac{c}{b}$$

$$\text{cosec}\,\alpha = \frac{\textit{Hipotenüs}}{\textit{Karşı}} = \frac{c}{a}$$

Bu tanımlar yardımıyla

$$\sin\alpha \times \text{cosec}\,\alpha = 1 \qquad \cos\alpha \times \sec\alpha = 1 \qquad \tan\alpha \times \cot\alpha = 1$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

bulunur.

3.1. Trigonometrik Fonksiyonların Biri Belliyken Diğerlerinin Hesaplanması

Sinüs bilindiğinde: Şekil 1.8 dik üçgeni ile anlatılacak olursa

$\sin\alpha = 0{,}6$ olsun.

$\sin\alpha = \frac{\textit{Karşı}}{\textit{Hipotenüs}} = \frac{a}{c} = \frac{6}{10}$ $\longrightarrow$ a = 6 birim, c = 10 birim olmaktadır.

Pisagor teoreminden yola çıkılırsa $a^2 + b^2 = c^2$ denkleminden

$6^2 + b^2 = 10^2$
$b = 8$ birim → b uzunluğu da bulunmaktadır.

Üç adet uzunluk bulunduktan sonra trigonometrik fonksiyonlardaki bağıntılardan istenen değerler bulunabilmektedir.

$$\cos\alpha = \frac{Komşu}{Hipotenüs} = \frac{b}{c} = \frac{8}{10} = 0,8$$

$$(tg\alpha) = \tan\alpha = \frac{Karşı}{Komşu} = \frac{a}{b} = \frac{6}{8} = 0,75 \qquad (\cot g\alpha) = \cot\alpha = \frac{Komşu}{Karşı} = \frac{b}{a} = \frac{8}{6} = 1,33$$

$$\sec\alpha = \frac{Hipotenüs}{Komşu} = \frac{c}{b} = \frac{10}{8} = 1,25 \qquad \mathrm{cosec}\,\alpha = \frac{Hipotenüs}{Karşı} = \frac{c}{a} = \frac{10}{6} = 1,67$$

Örnek 3.1

Sinα = 0,4 değerinin cosα, tanα, cotα, secα ve cosecα değerlerini hesaplayınız.

Çözüm 3.1

$$\sin\alpha = \frac{Karşı}{Hipotenüs} = \frac{a}{c} = \frac{4}{10}$$ → a = 4 birim, c = 10 birim

$a^2 + b^2 = c^2$
$4^2 + b^2 = 10^2$ → b = 9,17 birim
$b = \sqrt{84}$

$$\cos\alpha = \frac{Komşu}{Hipotenüs} = \frac{b}{c} = \frac{9,17}{10} = 0,92$$

$$(tg\alpha) = \tan\alpha = \frac{Karşı}{Komşu} = \frac{a}{b} = \frac{4}{9,17} = 0,44 \qquad (\cot g\alpha) = \cot\alpha = \frac{Komşu}{Karşı} = \frac{b}{a} = \frac{9,17}{4} = 2,29$$

$$\sec\alpha = \frac{Hipotenüs}{Komşu} = \frac{c}{b} = \frac{10}{9,17} = 1,09 \qquad \mathrm{cosec}\,\alpha = \frac{Hipotenüs}{Karşı} = \frac{c}{a} = \frac{10}{4} = 2,5$$

Kosinüs bilindiğinde: Şekil 1.8 dik üçgeni ile anlatılacak olursa

$\cos\alpha = 0,5$ olsun.

$$\cos\alpha = \frac{Komşu}{Hipotenüs} = \frac{b}{c} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$ → b = 1 birim, c = 2 birim olmaktadır.

Pisagor teoreminden yola çıkılırsa $a^2 + b^2 = c^2$ denkleminden

$a^2 + 1^2 = 2^2$
$a = \sqrt{3}$ birim → a uzunluğu da bulunmaktadır.

$$\sin\alpha = \frac{Karşı}{Hipotenüs} = \frac{a}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(tg\alpha) = \tan\alpha = \frac{Karşı}{Komşu} = \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} \qquad (\cot g\alpha) = \cot\alpha = \frac{Komşu}{Karşı} = \frac{b}{a} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sec\alpha = \frac{Hipotenüs}{Komşu} = \frac{c}{b} = \frac{2}{1} = 2 \qquad \mathrm{cosec}\,\alpha = \frac{Hipotenüs}{Karşı} = \frac{c}{a} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Örnek 3.2

Cosα = $\frac{\sqrt{3}}{3}$ değerinin sinα, tanα, cotα, secα ve cosecα değerlerini hesaplayınız.

Çözüm 3.2

$\cos\alpha = \frac{Komşu}{Hipotenüs} = \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ → $b = \sqrt{3}$ birim, $c = 3$ birim

$a^2 + b^2 = c^2$
$a^2 + \sqrt{3}^2 = 3^2$ → $a = \sqrt{6}$ birim
$a = \sqrt{6}$

$\sin\alpha = \frac{Karşı}{Hipotenüs} = \frac{a}{c} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

$(tg\alpha) = \tan\alpha = \frac{Karşı}{Komşu} = \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

$\sec\alpha = \frac{Hipotenüs}{Komşu} = \frac{c}{b} = \frac{3}{\sqrt{3}}$

$(\cot g\alpha) = \cot\alpha = \frac{Komşu}{Karşı} = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

$\operatorname{cosec}\alpha = \frac{Hipotenüs}{Karşı} = \frac{c}{a} = \frac{3}{\sqrt{6}}$

Tanjant bilindiğinde: Şekil 1.8 dik üçgeni ile anlatılacak olursa

$\tan\alpha = 0{,}8$ olsun.

$\tan\alpha = \frac{Karşı}{Komşu} = \frac{a}{b} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ → a = 4 birim, b = 5 birim olmaktadır.

Pisagor teoreminden yola çıkılırsa $a^2 + b^2 = c^2$ denkleminden

$4^2 + 5^2 = c^2$
$c = \sqrt{41}$ birim → c uzunluğu da bulunmaktadır.

$\sin\alpha = \frac{Karşı}{Hipotenüs} = \frac{a}{c} = \frac{4}{\sqrt{41}}$

$\cos\alpha = \frac{Komşu}{Hipotenüs} = \frac{b}{c} = \frac{5}{\sqrt{41}}$

$(\cot g\alpha) = \cot\alpha = \frac{Komşu}{Karşı} = \frac{b}{a} = \frac{5}{4}$

$\sec\alpha = \frac{Hipotenüs}{Komşu} = \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{41}}{5}$

$\operatorname{cosec}\alpha = \frac{Hipotenüs}{Karşı} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{41}}{4}$

Kotanjant bilindiğinde: Şekil 1.8 dik üçgeni ile anlatılacak olursa

$\cot\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ olsun.

$\tan\alpha = \frac{Komşu}{Karşı} = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ → a = 2 birim, b = $\sqrt{3}$ birim olmaktadır.

Pisagor teoreminden yola çıkılırsa $a^2 + b^2 = c^2$ denkleminden

$2^2 + \sqrt{3}^2 = c^2$
$c = \sqrt{7}$ birim → c uzunluğu da bulunmaktadır.

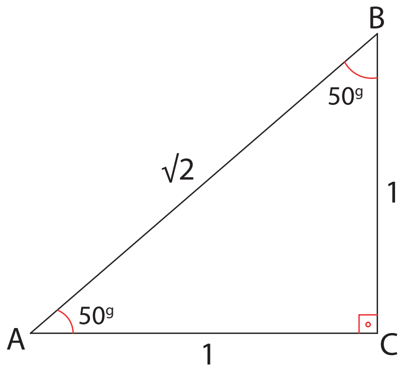
$\sin \alpha = \dfrac{Karşı}{Hipotenüs} = \dfrac{a}{c} = \dfrac{2}{\sqrt{7}}$ $\qquad$ $\cos \alpha = \dfrac{Komşu}{Hipotenüs} = \dfrac{b}{c} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

$\tan \alpha = \dfrac{Karşı}{Komşu} = \dfrac{a}{b} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

$\sec \alpha = \dfrac{Hipotenüs}{Komşu} = \dfrac{c}{b} = \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ $\qquad$ $\operatorname{cosec} \alpha = \dfrac{Hipotenüs}{Karşı} = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$

3.2. Özel Açıların Trigonometrik Fonksiyonlarının Hesabı

45 Derece Dik Üçgen: 45 derece açılı dik üçgenlerin diğer iki açısı ve iki kenarı eşittir. Bu yüzden bu üçgenlere ikizkenar dik üçgen denilmektedir. Eşit olan kenarlar 1 birim alındığında hipotenüs Pisagor teoreminden √2 olarak hesaplanmaktadır.



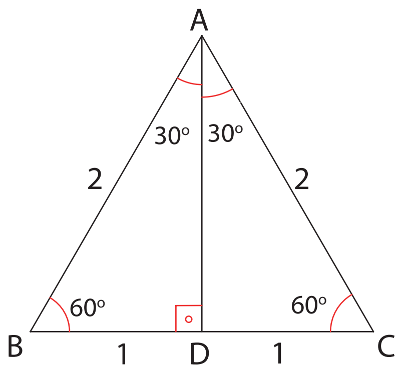
Şekil 1.9: 45 derece açılı dik üçgen

Verilen dik üçgende taban açıları 45° = 50ᵍ olacağından (π = 180° = 200ᵍ)

$\sin 45^\circ = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}707$ $\qquad$ $\tan 45^\circ = \tan \frac{\pi}{4} = 1$

$\cos 45^\circ = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}707$ $\qquad$ $\cot 45^\circ = \cot \frac{\pi}{4} = 1$ dir.

30 Derece ve 60 Derece Dik Üçgen: Bir eşkenar üçgenin iki dik üçgene bölünmesinden iki adet 30° ve 60° açılı üçgen oluşur. Bir kenarı 2 birim alınan bu eşkenar üçgenin A köşesinden tabana doğru inilen dik kenarı Pisagor teoremi ile √3 olarak hesaplanmaktadır.



Şekil 1.10: 30 derece ve 60 derece açılı dik üçgen

Verilen dik üçgende 30° ve 60° açıların trigonometrik değerleri (π = 180° = 200ᵍ)

$\sin 30^\circ = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$\cos 30^\circ = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}866$

$\tan 30^\circ = \tan\frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0{,}577$

$\cot 30^\circ = \cot\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} = 1{,}73$

$\sin 60^\circ = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}866$

$\cos 60^\circ = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

$\tan 60^\circ = \tan\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} = 1{,}73$

$\cot 60^\circ = \cot\frac{\pi}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0{,}577$ dir.

Örnek 3.3

Sin56° ye karşılık gelen cos değeri nedir? Cos37° ye karşılık gelen sin değeri nedir?

Çözüm 3.3

sin56° = cos(90° - 56°) $\rightarrow$ sin56° = cos34°

cos37° = sin(90° - 37°) $\rightarrow$ cos37° = sin53°

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME TESTİ 3

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyunuz ve doğru olduğunu düşündüğünüz şıkkı işaretleyiniz.

1. Sinα = 0,5 ise cosα nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0,265
B) 0,5
C) 0,866
D) 1
E) $\sqrt{3}$

2. Cosα = 0,2 ise tanα nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0,02
B) 0,2
C) 1
D) 3,65
E) 4,90

3. Tanα = $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ise sinα nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0,1
B) 0,2
C) 0,3
D) 0,5
E) 1

4. Cotα = 3 ise secα nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0,5
B) 0,8
C) 1
D) 1,05
E) 1,25

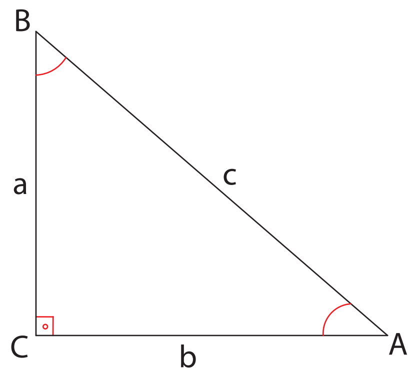
5. Cosecα = 2 ise sinα nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0,2
B) 0,37
C) 0,5
D) 0,53
E) 1

6. Cos60° = $\frac{1}{2}$ ise sin30° nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0,1
B) 0,25
C) 0,3
D) 0,5
E) 1

7 ve 8. soruları aşağıdaki dik üçgene göre çözünüz.



7. Şekildeki ABC dik üçgeninde sin(A) + cos(A) nın ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2 \times a}{c}$
B) $\frac{a+b}{c}$
C) 1
D) $\frac{a}{c}$
E) $\frac{b}{c}$

8. Şekildeki ABC dik üçgeninde tan(B) x cot(B) nın ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) a

B) b

C) 1

D) $\frac{a}{b}$

E) $\frac{b}{c}$

9. Tan60° = √3 ise cot30° nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0,2

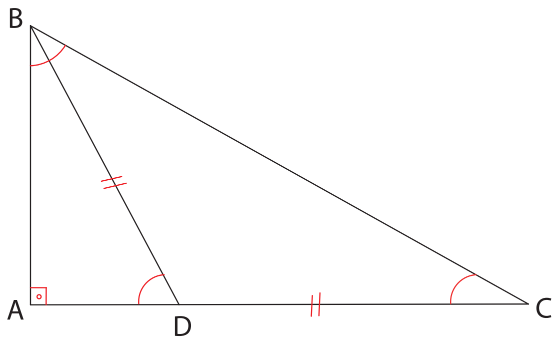
B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

C) $\sqrt{2}$

D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

E) $\sqrt{3}$

10.



Yukarıdaki ABC dik üçgeninde s(BAC) = 90° ve |BD| = |DC| 'dir. Sin(ADB) = 4/5 ise tan(ACB) kaçtır?

A) 0,5

B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

C) $\frac{3}{5}$

D) $\frac{4}{5}$

E) 1

NOTLAR

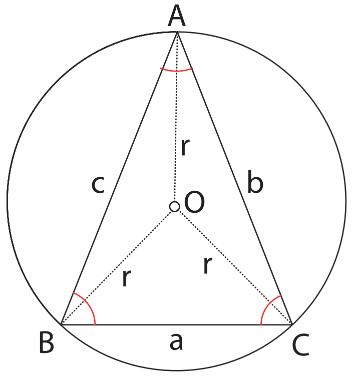
TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

4. TRİGONOMETRİK FONSİYONLARLA İLGİLİ TEOREMLER

4.1. Sinüs Teoremi

Üçgenlerin açıları ve açının karşısındaki kenar birbiriyle orantılıdır. Bu orantının formül ile gösterimi Sinüs teoremini vermektedir.

$$\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)} = 2 \times r$$



Şekil 1.11: Üçgen ile Sinüs teoreminin gösterimi

Örnek 4.1

Bir üçgende a = 72,36m, (B) = 55,5600^g ve (C) = 93,6600^g olarak ölçüldüğüne göre bu üçgenin dış çember yarıçapını, b ve c kenarlarını bulunuz.

Çözüm 4.1

$(A) + (B) + (C) = 200g$

$(A) + 55{,}56^g + 93{,}66^g = 200^g$

$(A) = 50{,}78^g$

$$\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)} = 2 \times r$$

$$\frac{72{,}36}{\sin(50{,}78)} = \frac{b}{\sin(55{,}56)} = \frac{c}{\sin(93{,}66)} = 2 \times r$$

$$\frac{72{,}36}{\sin(50{,}78)} = 2 \times r$$

$101{,}1014 = 2 \times r$

$r = 50{,}55m$

$$\frac{72{,}36}{\sin(50{,}78)} = \frac{b}{\sin(55{,}56)}$$

$$\frac{72{,}36}{\sin(50{,}78)} = \frac{b}{\sin(55{,}56)}$$

$b = 77{,}45m$

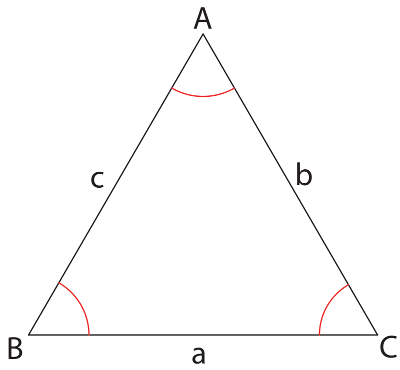
$$\frac{72{,}36}{\sin(50{,}78)} = \frac{c}{\sin(93{,}66)}$$

$c = 100{,}60m$

4.2. Kosinüs Teoremi

Üçgenlerde verilmiş olan açı ve kenar uzunluklarından bilinmeyen diğer açı ve kenarların hesabının yapılabildiği bağıntılar vardır. Bu bağıntılardan birisi de Kosinüs teoremidir. Kosinüs teoremi aşağıda verilen formüller ile gösterilmiştir.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \times b \times c \times \cos(A)$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \times a \times c \times \cos(B)$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \times a \times b \times \cos(C)$$



Şekil 1.12: Üçgen ile Kosinüs teoreminin gösterimi

Örnek 4.2

Bir üçgende a = 24,55m, b = 19,55m ve (C) = 31,5000^g olarak ölçüldüğüne göre üçgenin c kenar uzunluğunu bulunuz.

Çözüm 4.2

$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \times a \times b \times \cos(C)$
$c^2 = 24,55^2 + 19,55^2 - 2 \times 24,55 \times 19,55 \times \cos(31,50)$
$c^2 = 140,1278$
$c = 11,84m$

Örnek 4.3

Bir üçgende a = 30m, b = 40m ve c = 20m olarak ölçüldüğüne göre bu üçgenin köşe açılarını grad ve derece cinsinden hesaplayınız.

Çözüm 4.3

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \times b \times c \times \cos(A)$
$30^2 = 40^2 + 20^2 - 2 \times 40 \times 20 \times \cos(A)$
$900 = 2000 - 2 \times 40 \times 20 \times \cos(A)$
$-1100 = -1600 \times \cos(A)$
$\cos(A) = 0,6875$
$(A) = 51,7416^g$

$\frac{D}{180} = \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi}$
$\frac{D}{180} = \frac{51,7416}{200}$
$(A) = 46,5674^\circ$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \times a \times c \times \cos(B)$
$40^2 = 30^2 + 20^2 - 2 \times 30 \times 20 \times \cos(B)$
$\cos(B) = \frac{300}{-1200}$
$\cos(B) = -0,25$
$(B) = 116,0861^g$

$\frac{D}{180} = \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi}$
$\frac{D}{180} = \frac{116,0861}{200}$
$(B) = 104,4775^\circ$

$(A) + (B) + (C) = 200^g$
$51,7416^g + 116,0861^g + (C) = 200^g$
$(C) = 32,1723^g$

$\frac{D}{180} = \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi}$
$\frac{D}{180} = \frac{32,1723}{200}$
$(C) = 28,9551^\circ$

4.3. Küçük Açıların Trigonometrik Fonksiyonları

Küçük açıların trigonometrik fonksiyonları, **Maclaurin (Maklaurin)** serisi ile tanımlanabilir.

Bu fonksiyonun açılımı sonucunda bu seriler, açıların değeri radyan cinsinden olmak üzere ispatsız olarak aşağıda verilmektedir:

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \cdots \qquad (-\infty < x < +\infty)$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \cdots \qquad (-\infty < x < +\infty)$$

$$\tan(x) = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \cdots \qquad (|x| < \frac{\pi}{2})$$

$$\cot(x) = \frac{1}{x} - \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} - \frac{2x^5}{945} - \cdots \qquad (0 < |x| < \pi)$$

Örnek 4.4

x=2° nin sinüs ve kosinüs değerlerini Maclaurin serisi yardımıyla bulunuz?

Çözüm 4.4

Açı radyan cinsine dönüştürüldüğünde:

$$\frac{D}{180} = \frac{G}{200} = \frac{R}{\pi}$$

$$\frac{2}{180} = \frac{R}{\pi}$$

$$x = 0{,}03490658504$$

bulunur.

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!}$$

$$\sin(x) = 0{,}03490658504 - \frac{(0{,}03490658504)^3}{3 \times 2}$$

$$\sin(x) = 0{,}03490658504 - 0{,}000007088769$$

$$\sin(x) = 0{,}034899496271$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!}$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{(0{,}03490658504)^2}{2}$$

$$\cos(x) = 1 - 0{,}00060923484$$

$$\cos(x) = 0{,}99939076516$$

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME TESTİ 4

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyunuz ve doğru olduğunu düşündüğünüz şıkkı işaretleyiniz.

1. Bir üçgende $(C) = 60°$ ve $a = 2b$ olduğuna göre üçgenin diğer açıları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(A) = 90°$ $(B) = 30°$
B) $(A) = 60°$ $(B) = 40°$
C) $(A) = 30°$ $(B) = 70°$
D) $(A) = 30°$ $(B) = 30°$
E) $(A) = 40°$ $(B) = 40°$

2. $(A) = 45{,}39^g$, $a = 13{,}08$m ve $b^2 + c^2 = 628{,}92$ olarak verilen üçgenin b ve c kenarlarını bulunuz.

A) 100m, 20m
B) 20m, 20m
C) 15,15m, 20,15m
D) 15m, 20m
E) 15,13m, 20m

3. $a = 18{,}64$cm ve $(B) = 38^g$ ve $(C) = 53{,}41^g$ olarak verilen üçgenin b ve c kenar uzunlukları aşağıdakilerden hangisidir?

A) 10cm, 12cm
B) 15,26cm, 20,84cm
C) 10,57cm, 13,99cm
D) 8,66cm, 12,52cm
E) 10cm, 12cm

4. Bir üçgende $a = 81{,}14$m, $b = 67{,}39$m ve $c = 44{,}85$m olarak ölçüldüğüne göre (A) açısı grad cinsinden aşağıdakilerden hangisidir?

A) $80{,}41^g$
B) $85{,}63^g$
C) $90{,}50^g$
D) 100^g
E) $100{,}32^g$

5. Bir üçgende $a = 30$m ve $(A) = 40^g$ ise r yarıçapı aşağıdakilerin hangisidir?

A) 15m
B) 20,13m
C) 25,52m
D) 32,12m
E) 40,21m

NOTLAR

NELER ÖĞRENECEKSİNİZ?

- Matematik kurallarına uygun olarak üçgen çözümleri yapmayı
- Matematik kurallarına uygun olarak düzgün geometrik şekillerin alan hesaplarını yapmayı
- Matematik kurallarına uygun olarak düzgün geometrik şekillerin hacim hesaplarını yapmayı

ÖĞRENME BİRİMİ 2

GEOMETRİK HESAPLAMALAR

KONULAR

1. Üçgen Çözümleri
2. Düzgün Geometrik Şekillerin Alan Hesapları
3. Düzgün Geometrik Şekillerin Hacim Hesapları

GEOMETRİK HESAPLAMALAR

TEMEL KAVRAMLAR

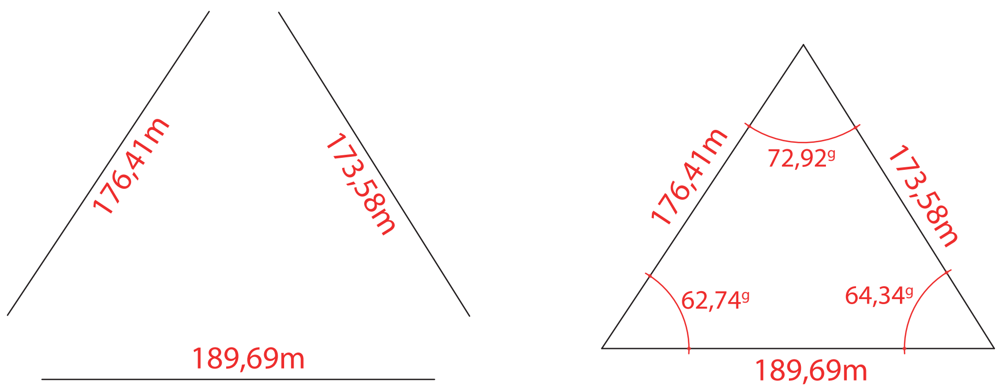
- Alan
- Hacim

Hazırlık Çalışması

1. Haritacılıkta üçgenlerin nasıl kullanılabileceği hakkında fikirlerinizi arkadaşlarınızla paylaşınız. Nasıl kullanılabileceğini araştırınız.
2. Günlük hayatta karşılaştığımız düzgün geometrik şekilli cisimlere örnekler veriniz.
3. Bir kâğıt ile bir kitap arasındaki farkları arkadaşlarınızla değerlendiriniz.

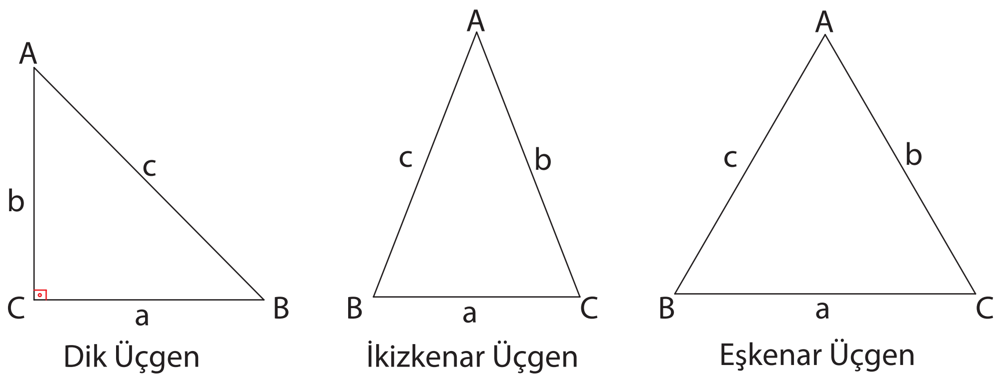
1. ÜÇGEN ÇÖZÜMLERİ

Haritacılıkta üçgenler özellikle hesaplamalarda sık kullanılmaktadır. Haritacılıkta üçgeni sadece bir geometrik şekil olarak düşünmemek gerekmektedir.

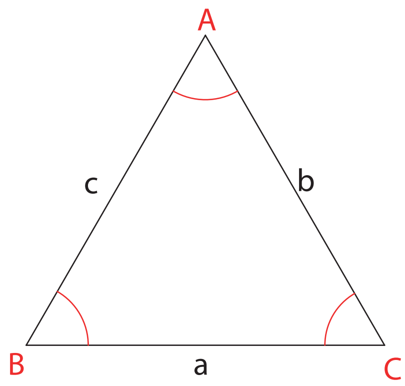


Şekil 2.1: Üçgenin oluşumu

Üçgenler üç adet doğrunun bir araya gelmesiyle oluşur. Bu üç adet doğrunun uzunlukları ve doğruların birleştikleri açılara göre üçgenler; eşkenar (çeşitkenar), ikizkenar ve dik üçgen olmak üzere üçe ayrılır (Şekil 2.2).



Şekil 2.2: Üçgen çeşitleri



Şekil 2.3: Üçgen örneği

Üçgenlerin çözümü yapılırken üçgenin en az bir kenarının ve iki açısının verilmiş olması gereklidir. Üçgenlerin temel özellikleri bulunmaktadır.

Üçgenin özellikleri şunlardır:

A, B, C üçgenin iç açıları ve a, b, c üçgenin kenarları olsun (Şekil 2.3).

- Üçgenin iç açıları toplamı 180° veya 200^g'dır.

  $A+B+C=180°=200^g$

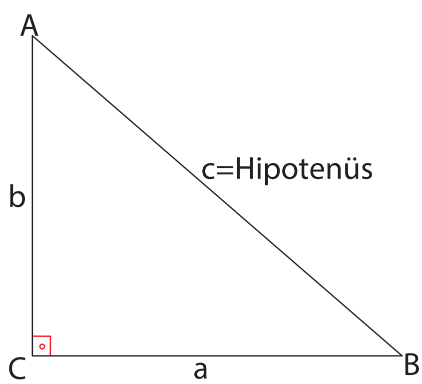
- Kenarlar ile açılar birbirleriyle orantılıdır.

  a=b=c ise A=B=C'dir.

- Dik üçgenlerde dik olan köşenin açısı 90° (100^g) olduğundan dolayı diğer iki açının toplamı 90° (100^g) olmak zorundadır.
- İkizkenar dik üçgenlerin dik olmayan köşelerinin açıları 45° (50^g)'dır.

1.1. Dik Üçgen Çözümü

Bir açısı dik (90° veya 100^g) olan üçgenlerdir (Şekil 2.4). Dik üçgenler iki dik kenar ve bir adet hipotenüsten oluşur. Dik üçgenlerin çözümünde trigonometrik fonksiyonlar ve Pisagor teoreminden faydalanılır.

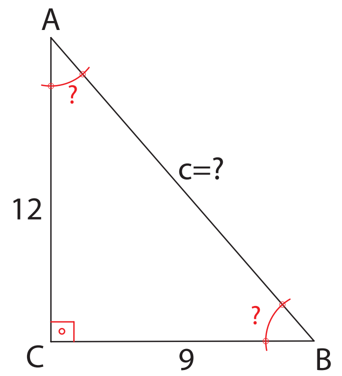


Şekil 2.4: Dik üçgen örneği

Dik Üçgen Çözümü ile İlgili Örnekler

Örnek 1.1

Yandaki dik üçgende a=9m ve b=12m olarak ölçüldüğüne göre c kenarının uzunluğunu, A ve B köşesinin açılarını hesaplayınız.



Çözüm 1.1

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 9^2 + 12^2$

$c^2 = 225$

$c = \sqrt{225}$

$c = 15m$

$\tan(A) = \dfrac{Karşı\ kenar}{Komşu\ kenar}$

$\tan(A) = \dfrac{9}{12}$

$\tan(A) = 0{,}75$

$Arc\tan(0{,}75) = 40^g{,}9666 = (A)$

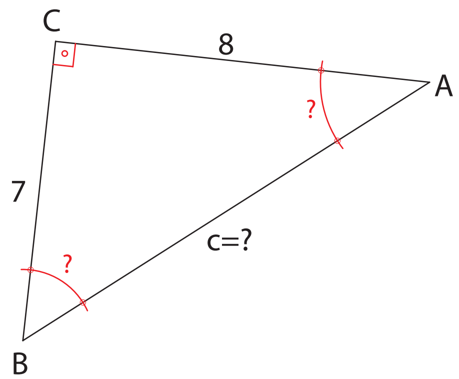
$\tan(B) = \dfrac{12}{9}$

$\tan(B) = 1{,}3333$

$Arc\tan(1{,}3333) = 59^g{,}0334 = (B)$

Örnek 1.2

Yandaki dik üçgende a=7m ve b=8m olarak ölçüldüğüne göre c kenarının uzunluğunu, A ve B köşesinin açılarını hesaplayınız.



Çözüm 1.2

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 7^2 + 8^2$

$c^2 = 113$

$c = \sqrt{113}$

$c = 10{,}63m$

$\tan(A) = \dfrac{Karşı\ kenar}{Komşu\ kenar}$

$\tan(A) = \dfrac{7}{8}$

$\tan(A) = 0{,}875$

$Arc\tan(0{,}875) = 45^g{,}7621 = (A)$

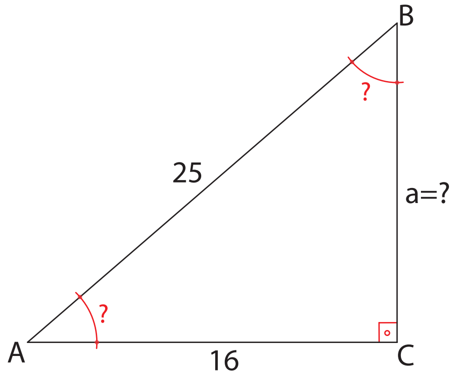
$\tan(B) = \dfrac{8}{7}$

$\tan(B) = 1{,}142857$

$Arc\tan(1{,}142857) = 54^g{,}2379 = (B)$

Örnek 1.3

Yandaki dik üçgende c=25m ve b=16m olarak ölçüldüğüne göre a kenarının uzunluğunu, A ve B köşesinin açılarını hesaplayınız.



Çözüm 1.3

$c^2 = a^2 + b^2$

$25^2 = 16^2 + a^2$

$625 = 256 + a^2$

$369 = a^2$

$a = \sqrt{369}$

$a = 19{,}21m$

$\cos(A) = \dfrac{Komşu\ kenar}{Hipotenüs}$

$\cos(A) = \dfrac{16}{25}$

$\cos(A) = 0{,}64$

$Arc\cos(0{,}64) = 55^g{,}7869 = (A)$

$\sin(B) = \dfrac{Karşı\ kenar}{Hipotenüs}$

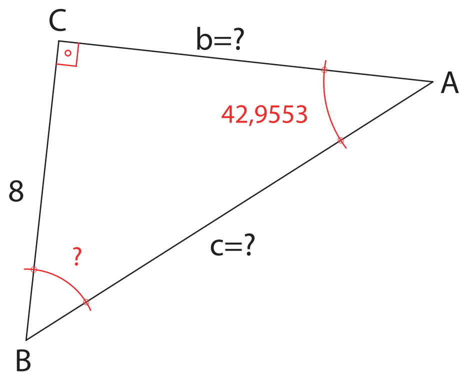
$\sin(B) = \dfrac{16}{25}$

$\sin(B) = 0{,}64$

$Arc\sin(0{,}64) = 44{,}2131g = (B)$

Örnek 1.4

Yandaki dik üçgende a=8m, (A)=42ᵍ,9553 olarak ölçüldüğüne göre b ve c kenarının uzunluğunu, (B) açısını hesaplayınız.



Çözüm 1.4

Üçgenin iç açıları toplamı 200^g olduğuna göre

$(B) + 42^g{,}9553 + 100^g = 200^g$

$(B) = 200^g - 142^g{,}9553$

$(B) = 57^g{,}0447$

$\sin(A) = \dfrac{Karşı\ kenar}{Hipotenüs}$

$\sin(42{,}9553) = \dfrac{8}{c}$

$0{,}6247 = \dfrac{8}{c}$

$c = 12{,}81m$

$a^2 + b^2 = c^2$

$8^2 + b^2 = 12{,}81^2$

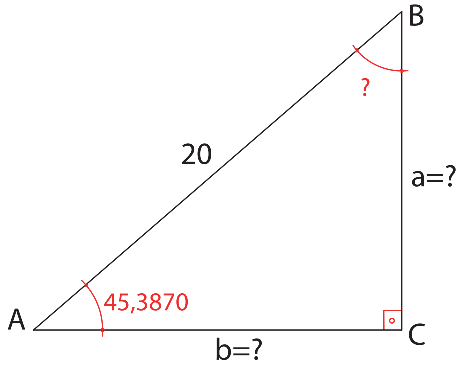
$64 + b^2 = 164{,}1$

$b^2 = 100{,}1$

$b = 10{,}00m$

Örnek 1.5

Yandaki dik üçgende c=20m, (A)=45^g,3870 olarak ölçüldüğüne göre a ve b kenarının uzunluğunu, (B) açısını hesaplayınız.



Çözüm 1.5

$(B) + 45^g,3870 + 100^g = 200^g$

$(B) = 200^g - 145^g,3870$

$(B) = 54^g,6130$

$\sin(A) = \dfrac{Karşı\,kenar}{Hipotenüs}$

$\sin(45,3870) = \dfrac{a}{20}$

$0,6541 = \dfrac{a}{20}$

$a = 13,08m$

$a^2 + b^2 = c^2$

$13,08^2 + b^2 = 20^2$

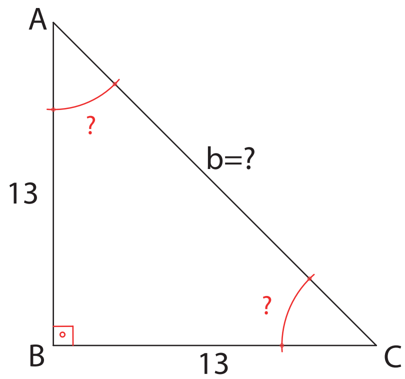
$171,09 + b^2 = 400$

$b^2 = 228,91$

$b = 15,13m$

Örnek 1.6

Yandaki dik üçgende a=c=13m, olarak ölçüldüğüne göre b kenarının uzunluğunu, (A) ve (C) açılarını hesaplayınız.



Çözüm 1.6

a ve c kenarlarının uzunlukları birbirine eşit olduğundan dolayı (A) ve (C) açıları da birbirine eşit olmak zorundadır. Bu yüzden

$(A) = (C) = 50^g$

$a^2 + c^2 = b^2$

$13^2 + 13^2 = b^2$

$169 + 169 = b^2$

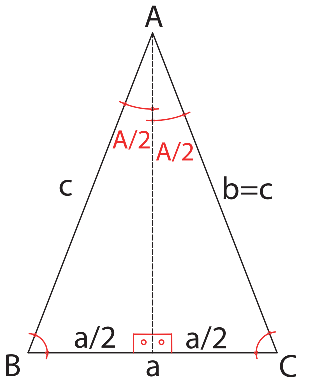
$b^2 = 338$

$b = 18,38m$

GEOMETRİK HESAPLAMALAR

1.2. İkizkenar Üçgen Çözümü

İkizkenar üçgenler ikisi eşit üç adet doğrunun bir araya gelmesinden oluşur. Bu iki eşit doğrunun köşe açıları da birbirine eşittir. İki eşit doğrunun kesiştiği köşeden inilen dik ile iki adet eşit dik üçgen meydana gelir. İkizkenar üçgenlerde tek açının bilinmesi diğer açıların bulunmasını sağlamaktadır.

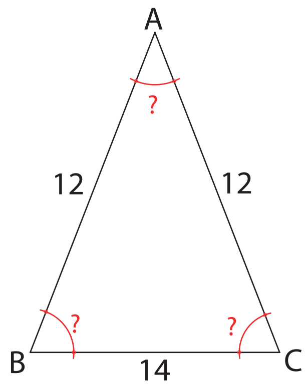


Şekil 2.5: İkizkenar üçgen örneği

İkizkenar Üçgen Çözümü ile İlgili Örnekler

Örnek 1.7

Yandaki ikizkenar üçgende a=14, b=c=12m olarak ölçüldüğüne göre (A), (B) ve (C) açılarını hesaplayınız.



Çözüm 1.7

Öncelikle A köşesinden tabana dik inilir. Böylece iki adet eşit dik üçgen oluşur. Bu üçgenler yardımı ile açıların çözümü yapılabilmektedir.

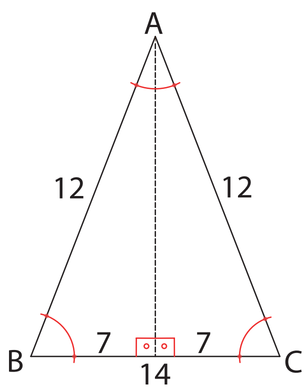
$\cos(B) = \dfrac{\text{Komşu dik kenar}}{\text{Hipotenüs}}$

$\cos(B) = \dfrac{7}{12}$

$\cos(B) = 0,5833$

$Arccos(0,5833) = (B)$

$(B) = 60^g,3496$



$(B) = (C)$ olduğundan dolayı

$(B) = (C) = 60^g,3496$

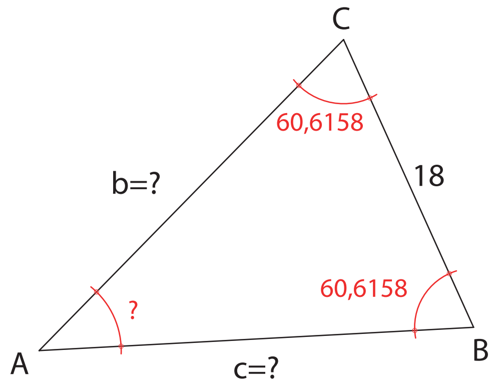
$(A) + (B) + (C) = 200^g$

$60,3496 + 60,3496 + (A) = 200^g$

$(A) = 79^g,3008$

Örnek 1.8

Yandaki ikizkenar üçgende a=18m ve (B)=60ᵍ,6158 olarak ölçüldüğüne göre (A) açısını, b ve c kenar uzunluklarını hesaplayınız.

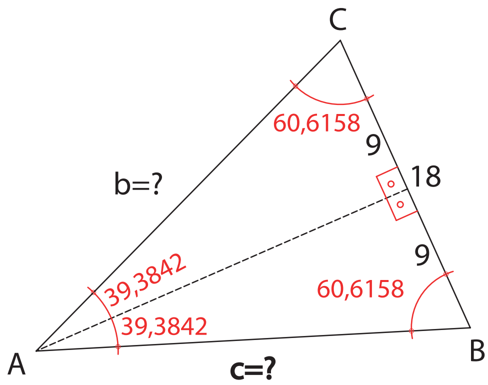


Çözüm 1.8

$(A) + (B) + (C) = 200^g$

$(A) + 60,6158 + 60,6158 = 200^g$

$(A) = 78^g,7684$



$\sin(39,3842) = \dfrac{9}{b}$

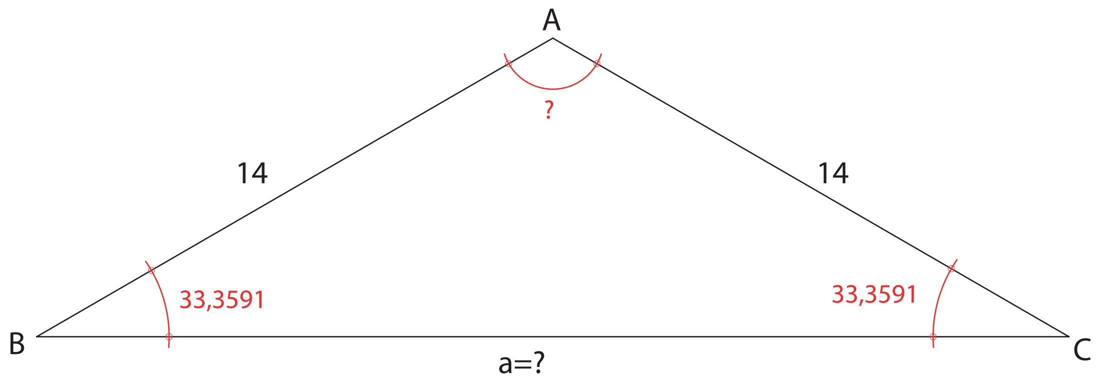
$0,5799 = \dfrac{9}{b}$

$b = 15,52m$

$b = c$ olduğundan dolayı

$b = c = 15,52m$

Örnek 1.9



Yukarıdaki ikizkenar üçgende b=c=14m ve (B)=(C)=33ᵍ,3591 olarak ölçüldüğüne göre (A) açısını ve a kenarının uzunluğunu hesaplayınız.

Çözüm 1.9

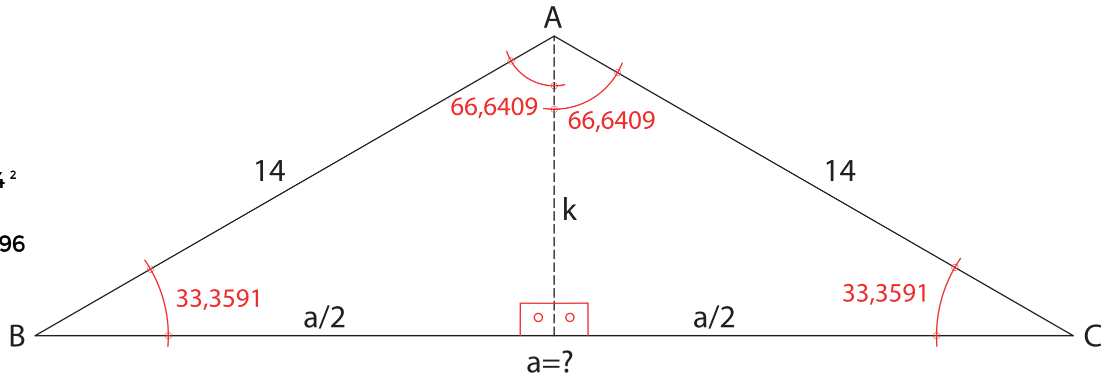
$(A) + (B) + (C) = 200^g$
$(A) + 33,3591 + 33,3591 = 200^g$
$(A) + 66,7182 = 200^g$
$(A) = 133^g,2818$

A köşesinden inilen dik kenara k denildiğinde

$\sin(33,3591) = \frac{k}{14}$

$0,500 = \frac{k}{14}$

$k = 7m$



$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 7^2 = 14^2$

$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 49 = 196$

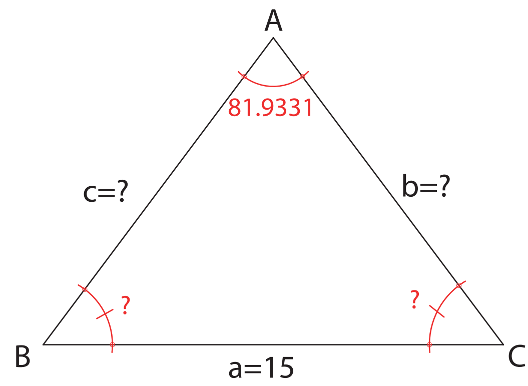
$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 147$

$\frac{a}{2} = 12,12$

$a = 24,24m$

Örnek 1.10

Yandaki ikizkenar üçgende a=15m ve (A)=81^g,9331 olarak ölçüldüğüne göre (B), (C) açılarını ve b, c kenar uzunluklarını hesaplayınız.



Çözüm 1.10

(B) = (C) olduğuna göre
$(A) + (B) + (C) = 200^g$
$81,9331 + (B) + (C) = 200^g$
$(B) + (C) = 118^g,0669$
$(B) = (C) = 59^g,0335$

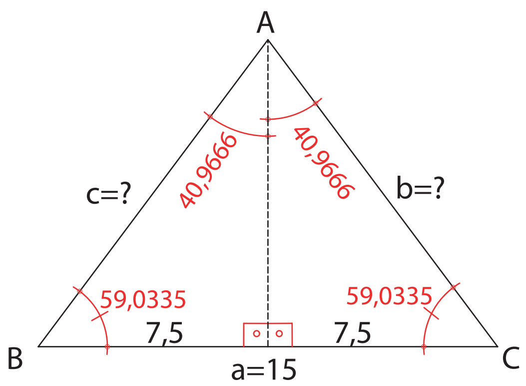
$\cos(59,0335) = \frac{7,5}{c}$

$0,6 = \frac{7,5}{c}$

$c = 12,5m$

$b = c$ olduğundan dolayı

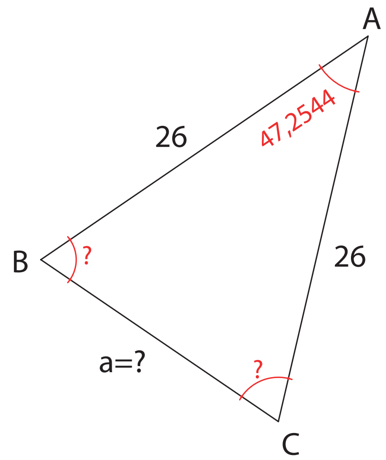
$b = c = 12,5m$



GEOMETRİK HESAPLAMALAR

Örnek 1.11

Yandaki ikizkenar üçgende b=c=26m ve (A)=47^g,2544 olarak ölçüldüğüne göre (B), (C) açılarını ve a kenarının uzunluğunu hesaplayınız.



Çözüm 1.11

(*B*) = (*C*) olduğuna göre

(*A*) + (*B*) + (*C*) = 200^g

47,2544 + (*B*) + (*C*) = 200^g

(*B*) + (*C*) = 152^g,7456

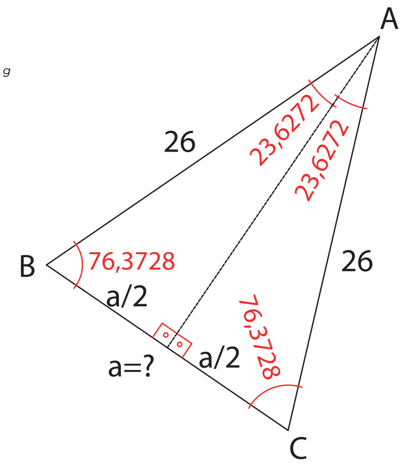
(*B*) = (*C*) = 76^g,3728

$$\cos(76{,}3728) = \frac{\frac{a}{2}}{26}$$

$$0{,}3627 = \frac{\frac{a}{2}}{26}$$

$$9{,}43 = \frac{a}{2}$$

a = 18,86*m*



1.3. Bir Kenarı ve İki Açısı Verilen Üçgenin Çözümü

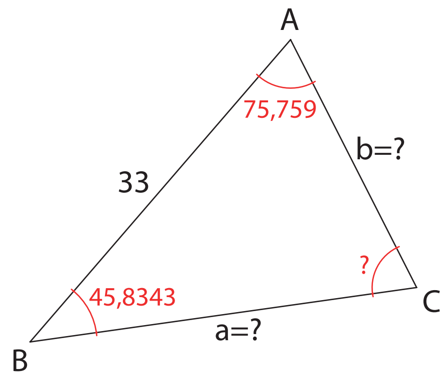
Bir kenarı ve iki açısı verilen üçgenlerin çözümünde verilmiş olan iki adet açının toplamının 200^g'dan çıkarılmasıyla bilinmeyen açı bulunur. Sinüs teoreminden faydalanılarak diğer kenarlar hesaplanır.

Bir kenarı ve iki açısı verilen üçgenlerin çözümleri örnekler ile gösterilmektedir.

Bir Kenarı ve İki Açısı Verilen Üçgenin Çözümü ile İlgili Örnekler

Örnek 1.12

Yandaki üçgende c=33m, (A)=75^g,1759 ve (B)=45^g,8343 olarak ölçüldüğüne göre (C) açısını, a ve b kenar uzunluklarını hesaplayınız.



Çözüm 1.12

$(A) + (B) + (C) = 200^g$

$45{,}8343 + 75{,}1759 + (C) = 200^g$

$(C) = 78^g{,}9898$

$$\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$$

$$\frac{a}{\sin(75{,}1759)} = \frac{b}{\sin(45{,}8343)} = \frac{33}{\sin(78{,}9898)}$$

$$\frac{b}{\sin(45{,}8343)} = \frac{33}{\sin(78{,}9898)}$$

$$\frac{b}{0{,}6596} = \frac{33}{0{,}9460}$$

$b = 23m$

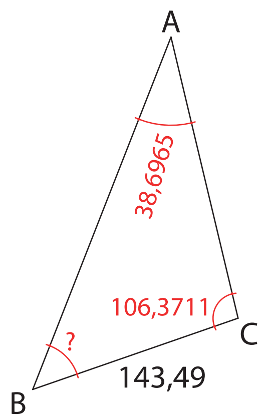
$$\frac{a}{\sin(75{,}1759)} = \frac{33}{\sin(78{,}9898)}$$

$$\frac{a}{0{,}9249} = \frac{33}{0{,}9460}$$

$a = 32{,}26m$

Örnek 1.13

Yandaki üçgende a=143,49m, (A)=38ᵍ,6965 ve (C)=106ᵍ,3711 olarak ölçüldüğüne göre (B) açısını, b ve c kenar uzunluklarını hesaplayınız.



Çözüm 1.13

$(A) + (B) + (C) = 200^g$

$38{,}6965 + (B) + 106{,}3711 = 200^g$

$(B) = 54^g{,}9324$

$$\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$$

$$\frac{143{,}49}{\sin(38{,}6965)} = \frac{b}{\sin(54{,}9324)} = \frac{c}{\sin(106{,}3711)}$$

$$\frac{143{,}49}{\sin(38{,}6965)} = \frac{b}{\sin(54{,}9324)}$$

$$\frac{143{,}49}{0{,}5711} = \frac{b}{0{,}7597}$$

$b = 190{,}88m$

$$\frac{143{,}49}{\sin(38{,}6965)} = \frac{c}{\sin(106{,}3711)}$$

$$\frac{143{,}49}{0{,}5711} = \frac{c}{0{,}9950}$$

$c = 250m$

1.4. İki Kenarı ve Bir Açısı Verilen Üçgenin Çözümü

İki kenarı ve bir açısı verilen üçgenlerin çözümünde Kosinüs teoremi ile bilinmeyen kenar uzunlukları, Sinüs teoremi ile bilinmeyen açılar hesaplanır.

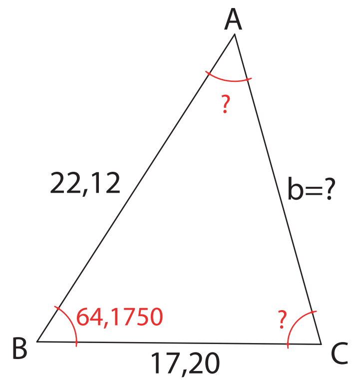
İki kenarı ve bir açısı verilen üçgenlerin çözümleri örnekler ile gösterilmektedir.

GEOMETRİK HESAPLAMALAR

İki Kenarı ve Bir Açısı Verilen Üçgenin Çözümü ile İlgili Örnekler

Örnek 1.14

Yandaki üçgende a=17,20m, c=22,12m, (B)=64^g,1750 olarak ölçüldüğüne göre (A), (C) açısını ve b kenarının uzunluğunu hesaplayınız.



Çözüm 1.14

$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \times 17{,}20 \times 22{,}12 \times \cos(64{,}1750)$

$b^2 = 785{,}13 - 405{,}96$

$b^2 = 379{,}17$

$b = 19{,}47m$

$\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$

$\frac{17{,}20}{\sin(A)} = \frac{19{,}47}{\sin(64{,}1750)} = \frac{22{,}12}{\sin(C)}$

$\frac{17{,}20}{\sin(A)} = \frac{19{,}47}{\sin(64{,}1750)}$

$\frac{17{,}20}{\sin(A)} = \frac{19{,}47}{0{,}8458}$

$\sin(A) = 0{,}7472$

$(A) = 53^g{,}7205$

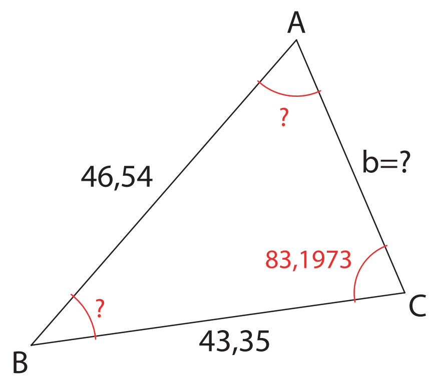
$(A) + (B) + (C) = 200^g$

$53{,}7205 + 64{,}1750 + (C) = 200^g$

$(C) = 82^g{,}1045$

Örnek 1.15

Yandaki üçgende a=43,35m, c=46,54m, (C)=83^g,1973 olarak ölçüldüğüne göre (A), (B) açısını ve b kenarının uzunluğunu hesaplayınız.



Çözüm 1.15

$\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$

$\frac{43{,}35}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{46{,}54}{\sin(83{,}1973)}$

$\frac{43{,}35}{\sin(A)} = \frac{46{,}54}{\sin(83{,}1973)}$

$\frac{43{,}35}{\sin(A)} = \frac{46{,}54}{0{,}9654}$

$\sin(A) = 0{,}8992$

$(A) = 71^g{,}1701$

$(A) + (B) + (C) = 200^g$

$71{,}1701 + (B) + 83{,}1973 = 200^g$

$(B) = 45^g{,}6326$

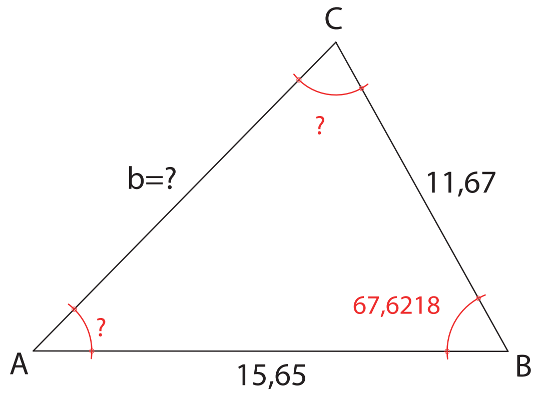
$\frac{b}{\sin(B)} = \frac{46{,}54}{\sin(83{,}1973)}$

$\frac{b}{\sin(45{,}6326)} = \frac{46{,}54}{0{,}9654}$

$b = 31{,}67m$

Örnek 1.16

Yandaki üçgende a=11,67m, c=15,65m, (B)=67ᵍ,6218 olarak ölçüldüğüne göre (A), (C) açısını ve b kenarının uzunluğunu hesaplayınız.



Çözüm 1.16

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \times a \times c \times \cos(B)$$
$$b^2 = 11{,}67^2 + 15{,}65^2 - 2 \times 11{,}67 \times 15{,}65 \times \cos(67{,}6218)$$
$$b^2 = 381{,}11 - 177{,}869101644689$$
$$b^2 = 203{,}240898355311$$
$$b = 14{,}256258217194\,m$$
$$b \cong 14{,}26\,m$$

$$\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$$
$$\frac{11{,}67}{\sin(A)} = \frac{14{,}256258217194}{\sin(67{,}6218)} = \frac{15{,}65}{\sin(C)}$$
$$\frac{11{,}67}{\sin(A)} = \frac{14{,}256258217194}{\sin(67{,}6218)}$$
$$\frac{11{,}67}{\sin(A)} = \frac{14{,}256258217194}{0{,}873429254421}$$
$$\sin(A) = 0{,}714978590002$$
$$(A) = 50^g{,}712716182073$$
$$(A) \cong 50^g{,}7127$$

$$(A) + (B) + (C) = 200^g$$
$$50{,}7127 + 67{,}6218 + (C) = 200^g$$
$$(C) = 81^g{,}6664$$

1.5. Üç Kenarı Verilen Üçgenin Çözümü

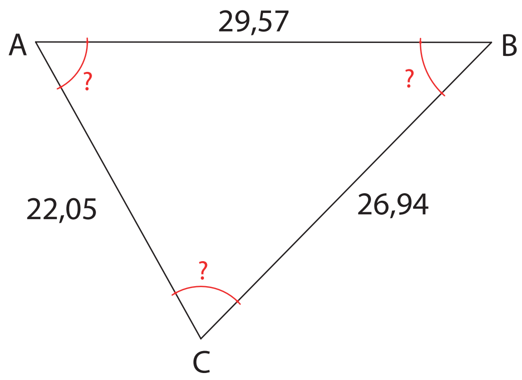
Üç kenarı verilen üçgenlerin çözümünde Kosinüs teoremi ile bilinmeyen açılar hesaplanır.

Üç kenarı verilen üçgenlerin çözümleri örnekler ile gösterilmektedir.

Üç Kenarı Verilen Üçgenin Çözümü ile İlgili Örnekler

Örnek 1.17

Yandaki üçgende a=26,94m, b=22,05m ve c=29,57m olarak ölçüldüğüne göre (A), (B) ve (C) açısını hesaplayınız.



Çözüm 1.17

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \times b \times c \times \cos(A)$
$26{,}94^2 = 22{,}05^2 + 29{,}57^2 - 2 \times 22{,}05 \times 29{,}57 \times \cos(A)$
$725{,}7636 = 486{,}2025 + 874{,}3849 - 1304{,}037 \times \cos(A)$
$-634{,}8238 = -1304{,}037 \times \cos(A)$
$0{,}486814254504 = \cos(A)$
$(A) = 67^g{,}6318$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \times a \times c \times \cos(B)$
$22{,}05^2 = 26{,}94^2 + 29{,}57^2 - 2 \times 26{,}94 \times 29{,}57 \times \cos(B)$
$486{,}2025 = 725{,}7636 + 874{,}3849 - 1593{,}2316 \times \cos(B)$
$-1113{,}946 = -1593{,}2316 \times \cos(B)$
$0{,}69917393052 = \cos(B)$
$(B) = 50^g{,}7103$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \times a \times b \times \cos(C)$
$29{,}57^2 = 26{,}94^2 + 22{,}05^2 - 2 \times 26{,}94 \times 22{,}05 \times \cos(C)$
$874{,}3849 = 725{,}7636 + 486{,}2025 - 1188{,}054 \times \cos(C)$
$-337{,}5812 = -1188{,}054 \times \cos(C)$
$0{,}284146343516 = \cos(C)$
$(C) = 81^g{,}6580$

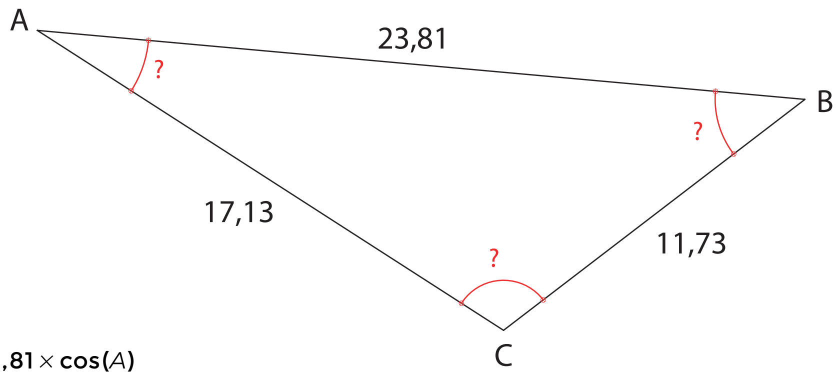
Kontrol

$(A) + (B) + (C) = 200^g$
$67{,}6318 + 50{,}7103 + 81{,}6580 = 200^g{,}0001$

Yapılan hesaplamalarda virgülden sonraki yuvarlamalardan dolayı virgülden sonraki hanelerde farklar meydana gelebilmektedir.

Örnek 1.18

Yandaki üçgende a=11,73m, b=17,13m ve c=23,81m olarak ölçüldüğüne göre (A), (B) ve (C) açısını hesaplayınız.



Çözüm 1.18

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \times b \times c \times \cos(A)$
$11{,}73^2 = 17{,}13^2 + 23{,}81^2 - 2 \times 17{,}13 \times 23{,}81 \times \cos(A)$
$137{,}5929 = 293{,}4369 + 566{,}9161 - 815{,}7306 \times \cos(A)$
$-722{,}7601 = -815{,}7306 \times \cos(A)$
$0{,}886027936184 = \cos(A)$
$(A) = 30^g{,}6908$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \times a \times b \times \cos(C)$
$23{,}81^2 = 11{,}73^2 + 17{,}13^2 - 2 \times 11{,}73 \times 17{,}13 \times \cos(C)$
$566{,}9161 = 137{,}5929 + 293{,}4369 - 401{,}8698 \times \cos(C)$
$135{,}8863 = -401{,}8698 \times \cos(C)$
$-0{,}338135137301 = \cos(C)$
$(C) = 121^g{,}9592$

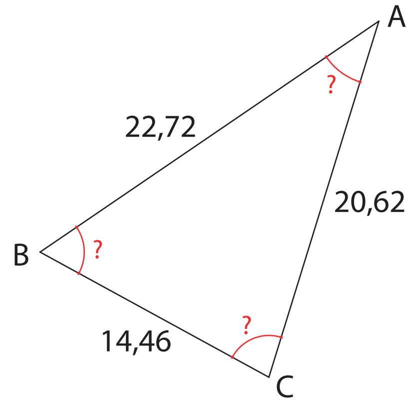
$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \times a \times c \times \cos(B)$
$17{,}13^2 = 11{,}73^2 + 23{,}81^2 - 2 \times 11{,}73 \times 23{,}81 \times \cos(B)$
$293{,}4369 = 137{,}5929 + 566{,}9161 - 558{,}5826 \times \cos(B)$
$-411{,}0721 = -558{,}5826 \times \cos(B)$
$0{,}735919987483 = \cos(B)$
$(B) = 47^g{,}3500$

Kontrol

$(A) + (B) + (C) = 200^g$
$30{,}6908 + 47{,}3500 + 121{,}9592 = 200^g{,}0000$

Örnek 1.19

Yandaki üçgende a=14,46m, b=20,62m ve c=22,72m olarak ölçüldüğüne göre (A), (B) ve (C) açısını hesaplayınız.



Çözüm 1.19

$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \times b \times c \times \cos(A)$
$14{,}46^2 = 20{,}62^2 + 22{,}72^2 - 2 \times 20{,}62 \times 22{,}72 \times \cos(A)$
$209{,}0916 = 425{,}1844 + 516{,}1984 - 936{,}9728 \times \cos(A)$
$-732{,}2912 = -936{,}9728 \times \cos(A)$
$0{,}781550115436 = \cos(A)$
$(A) = 42^g{,}8859$

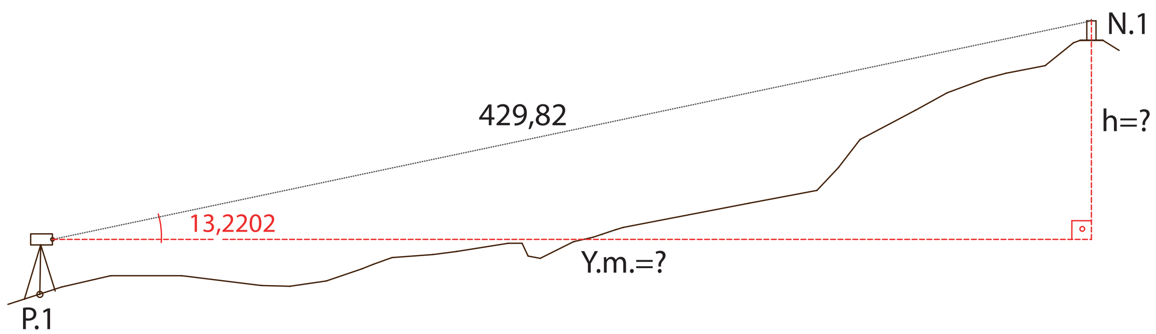
$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \times a \times c \times \cos(B)$
$20{,}62^2 = 14{,}46^2 + 22{,}72^2 - 2 \times 14{,}46 \times 22{,}72 \times \cos(B)$
$425{,}1844 = 209{,}0916 + 516{,}1984 - 657{,}0624 \times \cos(B)$
$-300{,}1056 = -657{,}0624 \times \cos(B)$
$0{,}456738355444 = \cos(B)$
$(B) = 69^g{,}8035$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \times a \times b \times \cos(C)$
$22{,}72^2 = 14{,}46^2 + 20{,}62^2 - 2 \times 14{,}46 \times 20{,}62 \times \cos(C)$
$516{,}1984 = 209{,}0916 + 425{,}1844 - 596{,}3304 \times \cos(C)$
$-118{,}0776 = -596{,}3304 \times \cos(C)$
$0{,}198007010879 = \cos(C)$
$(C) = 87^g{,}3106$

Kontrol

$(A) + (B) + (C) = 200^g$
$42{,}8859 + 69{,}8035 + 87{,}3106 = 200^g{,}0000$

Örnek 1.20



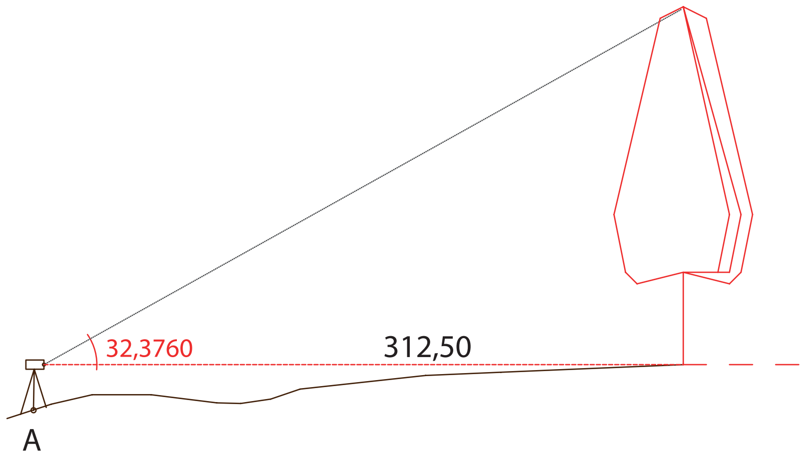
Yukarıdaki şekilde P.1'e kurulan aletle N.1'e ölçüm yapılmış ve eğim açısı=13,2202ᵍ, eğik mesafe 429,82m olarak ölçülmüştür. Buna göre kot farkını (h) ve yatay mesafeyi hesaplayınız.

Çözüm 1.20

$\sin(13{,}2202) = \dfrac{h}{429{,}82}$ $\qquad$ $\cos(13{,}2202) = \dfrac{Ym}{429{,}82}$

$h = 88{,}62m$ $\qquad$ $Ym = 420{,}59m$

Örnek 1.21



Yukarıdaki şekilde A noktasına alet kurularak ağacın ölçüleri alınmıştır. Ağaç ile A noktası arasındaki yatay mesafenin uzunluğu 312,50m olarak bulunmuştur. Eğik açısı $32{,}3760^{g}$ olarak ölçüldüğüne göre ağacın boyunu hesaplayınız.

Çözüm 1.21

$$\tan(32{,}3760) = \frac{h}{312{,}50}$$

Ağaç boyu (h) = 174,21m

Uygulama

EXCEL’DE BASİT FORMÜL YAZMA İŞLEMİ

Aşağıda excel programında bir örnek uygulamanın formüllendirme işlem basamakları verilmiştir. Siz de benzer adımları takip ederek formülleri excel programında oluşturunuz.

- **Üçgenin 2 Bilinen Açısından 3. Bilinmeyen Açısının Bulunması İşleminin Formüllendirilmesi**

Üçgenin iç açıları toplamı 200^g olduğuna göre iki bilinen açının toplamı 200^g’dan çıkarıldığında 3. açı elde edilir. Excel ile formül oluşturulması aşağıdaki şekilde gösterilmektedir.

	A	B	C	D	E
1					
2		1. Açı (g)	2. Açı (g)	3. Açı (g)	
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					

Her bir sütuna bilinen ve bilinmeyenlerin başlıkları yazılır. Başlıkların altındaki satırlar bilinenlerin gireceği yerlerdir.

	A	B	C	D	E	F
1						
2		1. Açı (g)	2. Açı (g)	3. Açı (g)		
3				=200-(B3+C3)		
4						
5						
6						
7						
8						
9						

“3. Açı” isimli kutunun altındaki satıra “=200-(B3+C3)” formülü yazılıp enter tuşuna basılır.

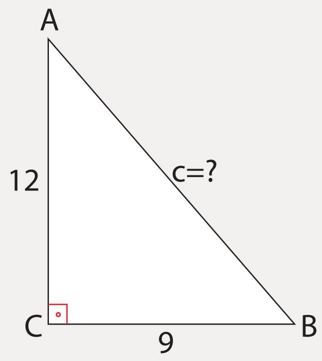
Uygulama

	A	B	C	D	E
1					
2		1. Açı (g)	2. Açı (g)	3. Açı (g)	
3		55.47	33.94	110.59	
4					
5					
6					
7					

Formül yazıldıktan sonra “1. Açı” isimli kutunun altındaki satıra birinci bilinen açı ve “2. Açı” isimli kutunun altındaki satıra ikinci bilinen açı girildiğinde yazılan formül 3. bilinmeyen açıyı hesaplayıp yazmaktadır.

- **Pisagor Teoreminin Formüllendirilmesi**

Yandaki dik üçgende a=9m ve b=12m olarak ölçüldüğüne göre c kenarının uzunluğunu hesaplayınız.



Bilinenler
Birinci dik kenar = a
İkinci dik kenar = b
İstenenler
Hipotenüs = c
Formüller
$a^2 + b^2 = c^2$
$c = \sqrt{a^2 + b^2}$

	A	B	C	D	E	F
11						
12		Birinci dik kenar=a	İkinci dik kenar=b		Hipotenüs=c	
13						
14						
15						

Her bir sütuna bilinen ve bilinmeyenlerin başlıkları yazılır. Başlıkların altındaki satırlar bilinenlerin girileceği yerlerdir.

Uygulama

	A	B	C	D	E	F
11						
12		Birinci dik kenar=a	İkinci dik kenar=b		Hipotenüs=c	
13					=KAREKÖK(B13^2+C13^2)	
14						
15						

“Hipotenüs=c” isimli kutunun altındaki satıra “=KAREKÖK(B13^2+C13^2)” formülü yazılıp enter tuşuna basılır.

Formül yazımında

$\sqrt{\ }$ = “KAREKÖK” şeklinde

Bir sayının karesi alınırken “^2” şeklinde yazılır.

Örneğin; $\sqrt{50}$ = KAREKÖK(50)

3^2 = 3^2 şeklinde yazılır.

	A	B	C	D	E	F
11						
12		Birinci dik kenar=a	İkinci dik kenar=b		Hipotenüs=c	
13		9	12		15	
14						
15						

Formül yazıldıktan sonra “Birinci dik kenar=a” isimli kutunun altındaki satıra a kenarı ve “İkinci dik kenar=b” isimli kutunun altındaki satıra b kenarı girildiğinde yazılan formül Hipotenüs=c'yi hesaplayıp yazmaktadır.

İzlemek için kodu tarayın.

http://kitap.eba.gov.tr/KodSor.php?KOD=21459

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME TESTİ 1

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyunuz ve doğru olduğunu düşündüğünüz şıkkı işaretleyiniz.

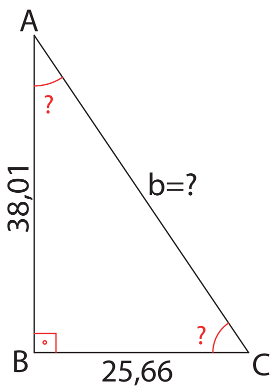
1. Bir dik üçgende kenar hesaplaması yapmak için $a^2+b^2=c^2$ formülü kullanılıyor ise bu teorem aşağıdakilerden hangisidir?

A) Tanjant Teoremi
B) Thomson Teoremi
C) Pisagor Teoremi
D) Sinüs Teoremi
E) Kosinüs Teoremi

2. Bir dik üçgenin en uzun kenarına verilen isim aşağıdakilerden hangisidir?

A) Hipotenüs
B) Yükseklik
C) Sinüs
D) Tanjant
E) Pisagor

3 - 5. soruları aşağıdaki şekle göre çözünüz.



3. Kenar uzunlukları a=25,66m ve c=38,01m olarak verilen ABC üçgeninin b kenarının uzunluğu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 25,66m
B) 38,01m
C) 45,86m
D) 48,54m
E) 52,61m

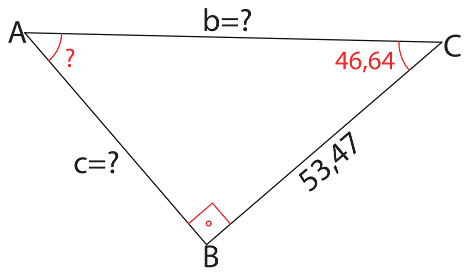
4. A köşesinin açısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $28^g,56$
B) $32^g,78$
C) $37^g,80$
D) $42^g,54$
E) $46^g,54$

5. C köşesinin açısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $56^g,55$
B) $58^g,60$
C) $60^g,20$
D) $62^g,20$
E) $66^g.50$

6 - 8. soruları aşağıdaki şekle göre çözünüz.



6. Şekilde a kenarı 53,47m ve (C) açısı $46^g,64$ olarak verildiğine göre (A) açısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $36^g,53$
B) $46^g,36$
C) $48^g,62$
D) $53^g,36$
E) $53^g,76$

7. b kenarının uzunluğu aşağıdakilerden hangisidir?

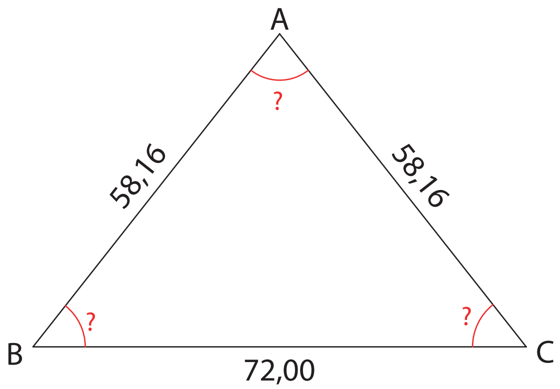
A) 32,30m
B) 58,60m
C) 69,96m
D) 70,52m
E) 71,92m

GEOMETRİK HESAPLAMALAR

8. c kenarının uzunluğu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 45,48m
B) 47,25m
C) 48,10m
D) 50,50m
E) 84,32m

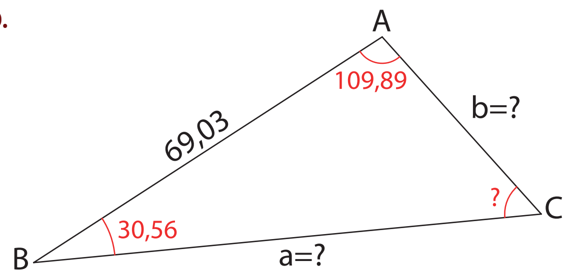
9.



Yukarıdaki ikizkenar üçgende a kenarının uzunluğu 72m, b ve c kenarının uzunluğu 58,16m olarak verildiğine göre (A), (B) ve (C) açısı sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A)	$84^{g},98$	$57^{g},51$	$57^{g},51$
B)	100^{g}	50^{g}	50^{g}
C)	$88^{g},76$	$55^{g},62$	$55^{g},62$
D)	$72^{g},36$	$63^{g},82$	$63^{g},82$
E)	$86^{g},92$	$56^{g},54$	$56^{g},54$

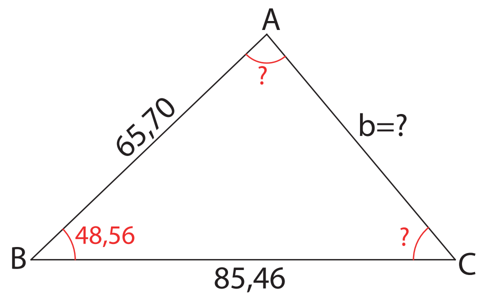
10.



Yukarıdaki üçgende c kenarının uzunluğu 69,03m, (A) açısı $109^{g},89$ ve (B) açısı $30^{g},56$ olarak verildiğine göre a ve b kenarı uzunlukları sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A)	83,56m	24,32m
B)	84,74m	39,61m
C)	84,74m	40,51m
D)	82,51m	39,71m
E)	39,61m	22,54m

11 ve 12. soruları aşağıdaki şekle göre çözünüz.



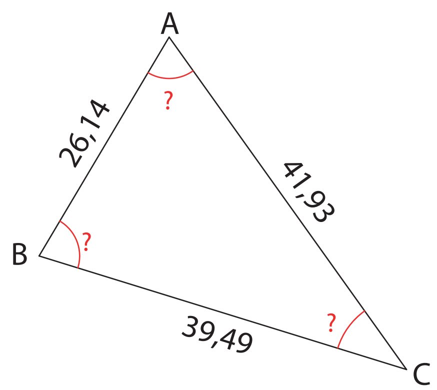
11. Şekilde a=85,46m, c=65,70m ve (B) açısı $48^{g},56$ olarak verildiğine göre b kenarının uzunluğu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 47,48m
B) 59,18m
C) 60,10m
D) 61,22m
E) 82,50m

12. (A) ve (C) açıları sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A)	$95^{g},77$	$55^{g},67$
B)	50^{g}	50^{g}
C)	50^{g}	$101^{g},44$
D)	$95^{g},70$	$62^{g},70$
E)	$95^{g},22$	$56^{g},22$

13.

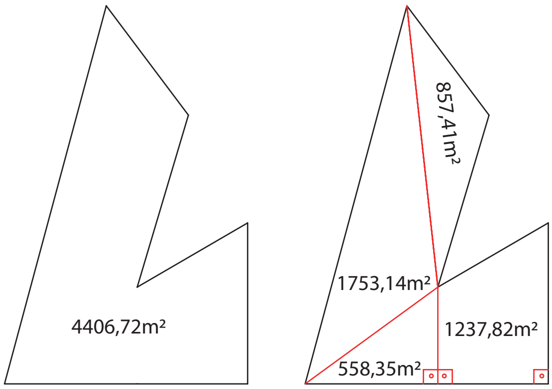


Yukarıdaki üçgende a=39,49m, b=41,93m ve c=26,14m olarak verildiğine göre (A), (B) ve (C) açıları sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A)	$74^{g},62$	$84^{g},94$	$40^{g},44$
B)	100^{g}	50^{g}	50^{g}
C)	$70^{g},42$	$91^{g},24$	$38^{g},34$
D)	$73^{g},62$	$84^{g},94$	$41^{g},44$
E)	$61^{g},42$	$93^{g},55$	$45^{g},03$

2. DÜZGÜN GEOMETRİK ŞEKİLLERİN ALAN HESAPLARI

Haritacılıkta yapılan başlıca işlemlerden birisi arsa, bina, kanal, yol, dere vb. yerlerin ölçümü ve bu ölçümler ile alan hesabının yapılmasıdır. Alan hesabı yapılacak yerlerin şekilleri üçgen, yamuk, kare, dörtgen biçimindedir. Düzgün geometrik şekli olmayan alanların alan hesabı yapılırken düzgün geometrik şekilli parçalara ayrılarak hesap yapılabilmektedir (Şekil 2.6). Bu yüzden de bu şekillerin alanlarının hesaplanabilmesi için düzgün geometrik şekillerin alan hesaplarının bilinmesi gerekmektedir.



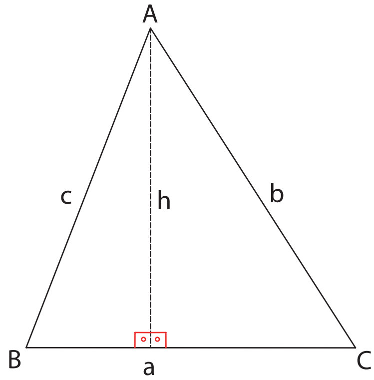
Şekil 2.6: Düzgün geometrik şekli olmayan alanın düzgün geometrik şekillere parçalanması

2.1. Üçgenin Alanı

- Üçgenin alanı, taban kenarı ile yüksekliğin çarpımının yarısına eşittir.

Alan = F
Taban kenarı = a
Yükseklik = h

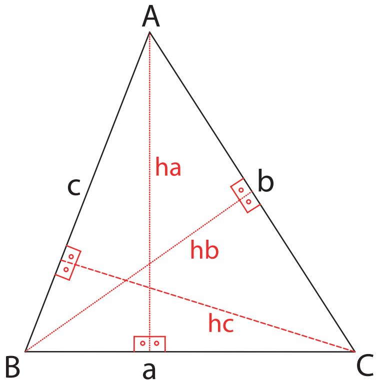
$$F = \frac{a \times h}{2}$$



Şekil 2.7: Üçgenin alanı

- Dik olmayan üçgenlerde alan hesaplanırken hangi taban kenarından alan hesabı yapılacaksa o tabanın kenar uzunluğu ile taban kenarından çıkan yükseklik çarpıldıktan sonra çıkan sonucun ikiye bölünmesi gerekmektedir. Üçgende hangi kenardan alan hesabı yapılırsa yapılsın üçgenin alanı değişmez (Şekil 2.8).

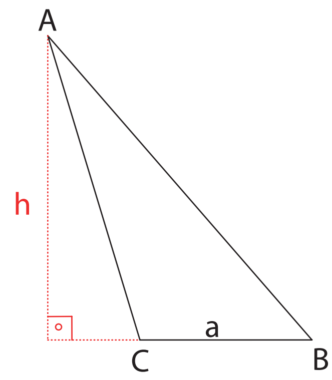
$$F = \frac{a \times ha}{2} = \frac{b \times hb}{2} = \frac{c \times hc}{2}$$



Şekil 2.8: Üçgenin taban kenarları ile yüksekliklerinin gösterimi

- Üçgenin yüksekliği her zaman üçgenin içinde olmak zorunda değildir (Şekil2.9).

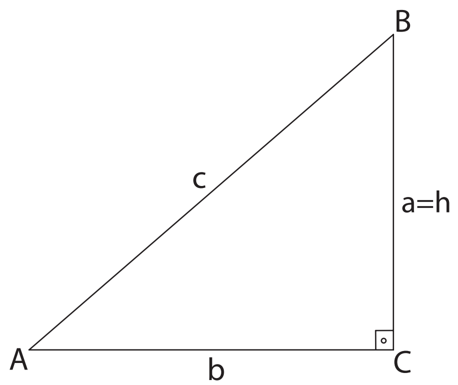
$$F = \frac{a \times h}{2}$$



Şekil 2.9: Üçgenin dışında olan yükseklik gösterimi

- Dik üçgenlerin alan hesabı yapılırken iki dik kenardan birisi taban kenarı, diğer kenar ise yükseklik olarak hesaba katılır (Şekil 2.10).

$$F = \frac{b \times h}{2}$$

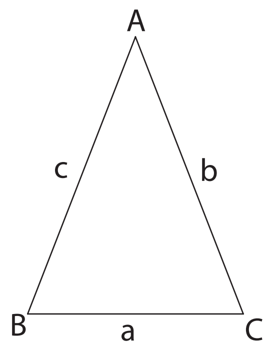


Şekil 2.10: Dik üçgende taban kenarı ve yükseklik gösterimi

- Üç kenarının uzunluğu ölçülmüş üçgenin alanı hesaplanırken aşağıda verilen formülden yararlanılır (Şekil 2.11).

$$\frac{a+b+c}{2} = u \text{ (Çevrenin yarısı)}$$

$$F = \sqrt{u \times (u-a) \times (u-b) \times (u-c)}$$



Şekil 2.11: Üçgende verilen kenarların gösterimi

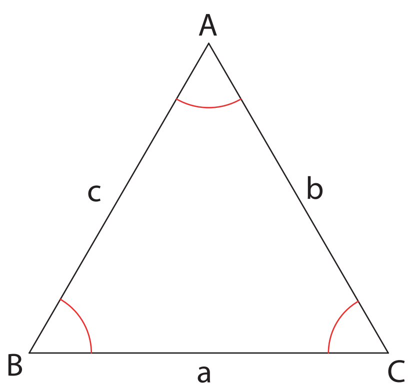
- İki kenarı ve iki kenar arasındaki açısı ölçülen üçgenin alanı hesaplanırken aşağıdaki formülden yararlanılır.

$$Alan = F$$

$$F = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin(C)$$

$$F = \frac{1}{2} \times b \times c \times \sin(A)$$

$$F = \frac{1}{2} \times a \times c \times \sin(B)$$



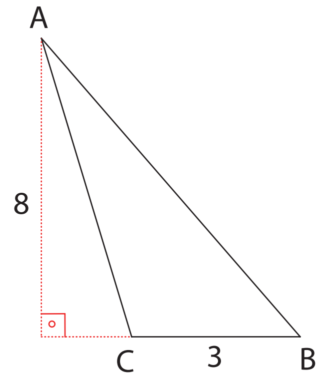
Şekil 2.12: Üçgende verilen kenarların ve açıların gösterimi

GEOMETRİK HESAPLAMALAR

Üçgenin Alanı ile İlgili Örnekler

Örnek 2.1

Yandaki üçgende a=3m, h=8m olarak ölçüldüğüne göre üçgenin alanını hesaplayınız.



Çözüm 2.1

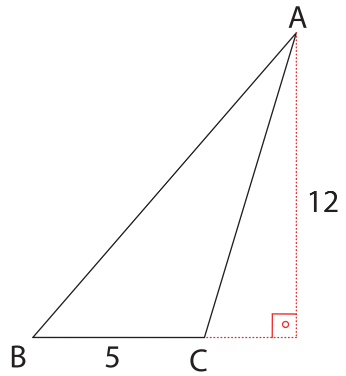
$F = \frac{a \times h}{2}$

$F = \frac{3 \times 8}{2}$

$F = 12m^2$

Örnek 2.2

Yandaki üçgende a=5m, h=12m olarak ölçüldüğüne göre üçgenin alanını hesaplayınız.



Çözüm 2.2

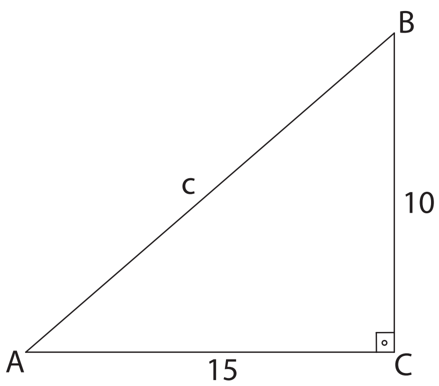
$F = \frac{a \times h}{2}$

$F = \frac{5 \times 12}{2}$

$F = 30m^2$

Örnek 2.3

Yandaki üçgende b=15m, h=10m olarak ölçüldüğüne göre üçgenin alanını hesaplayınız.



Çözüm 2.3

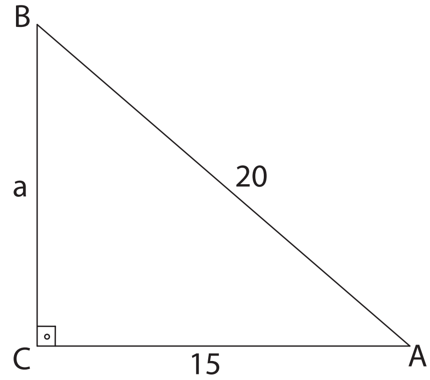
$F = \frac{b \times h}{2}$

$F = \frac{10 \times 15}{2}$

$F = 75m^2$

Örnek 2.4

Yandaki üçgende c=20m, b=15m olarak ölçüldüğüne göre üçgenin alanını hesaplayınız.



Çözüm 2.4

$a^2 + b^2 = c^2$
$a^2 = c^2 - b^2$
$a^2 = 20^2 - 15^2$
$a^2 = 175$
$a = 13{,}23m$

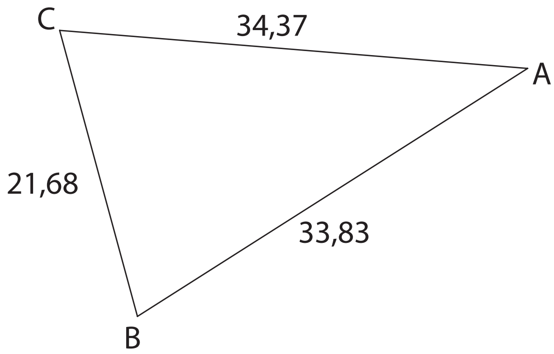
$F = \dfrac{b \times a}{2}$

$F = \dfrac{15 \times 13{,}23}{2}$

$F = 99{,}23m^2$

Örnek 2.5

Yandaki üçgende a=21,68m, b=34,37m, c=33,83m olarak ölçüldüğüne göre üçgenin alanını hesaplayınız.



Çözüm 2.5

$\dfrac{a+b+c}{2} = u$ (Çevrenin yarısı)

$\dfrac{21{,}68 + 34{,}37 + 33{,}83}{2} = u$

$\dfrac{89{,}88}{2} = u$

$u = 44{,}94m$

$F = \sqrt{u \times (u-a) \times (u-b) \times (u-c)}$

$F = \sqrt{44{,}94 \times (44{,}94 - 21{,}68) \times (44{,}94 - 34{,}37) \times (44{,}94 - 33{,}83)}$

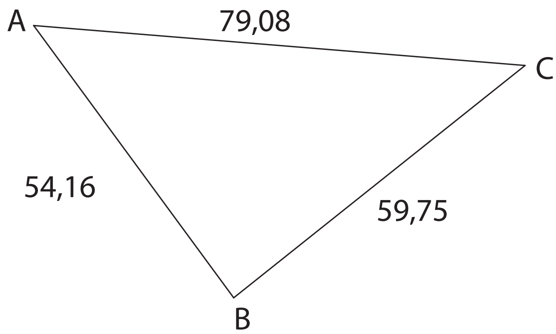
$F = \sqrt{44{,}94 \times (23{,}26) \times (10{,}57) \times (11{,}11)}$

$F = \sqrt{122752{,}9180}$

$F = 350{,}36m^2$

Örnek 2.6

Yandaki üçgende a=59,75m, b=79,08m, c=54,16m olarak ölçüldüğüne göre üçgenin alanını hesaplayınız.



GEOMETRİK HESAPLAMALAR

Çözüm 2.6

$\frac{a+b+c}{2} = u$ (Çevrenin yarısı)

$\frac{59{,}75 + 79{,}08 + 54{,}16}{2} = u$

$\frac{192{,}99}{2} = u$

$u = 96{,}495m$

$F = \sqrt{u \times (u-a) \times (u-b) \times (u-c)}$

$F = \sqrt{96{,}495 \times (96{,}495 - 59{,}75) \times (96{,}495 - 79{,}08) \times (96{,}495 - 54{,}16)}$

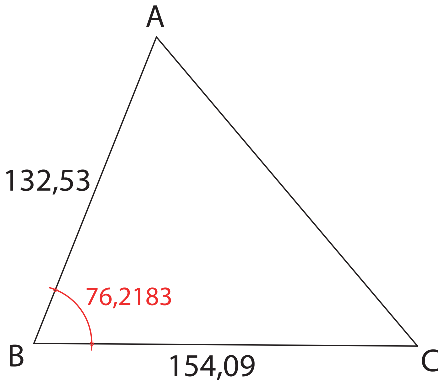
$F = \sqrt{96{,}495 \times (36{,}745) \times (17{,}415) \times (42{,}335)}$

$F = \sqrt{2614123{,}523}$

$F = 1616{,}83m^2$

Örnek 2.7

Yandaki üçgende a=154,09m, c=132,53m, (B)=76,2183^g olarak ölçüldüğüne göre üçgenin alanını hesaplayınız.



Çözüm 2.7

$Alan = F$

$F = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin(C)$

$F = \frac{1}{2} \times b \times c \times \sin(A)$

$F = \frac{1}{2} \times a \times c \times \sin(B)$

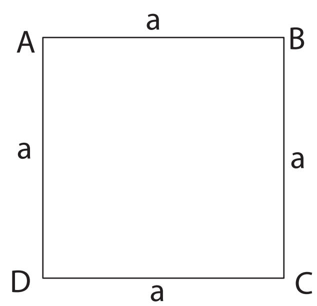
$F = \frac{1}{2} \times 154{,}09 \times 132{,}53 \times \sin(76{,}2183)$

$F = 9506{,}5708m^2$

2.2. Kare ve Dikdörtgenin Alanı

- Dört adet eşit doğrunun birleşmesinden kare oluşur. Karenin bütün köşeleri diktir. Karenin tek kenarının karesi (a²) alınarak alanı hesaplanır.

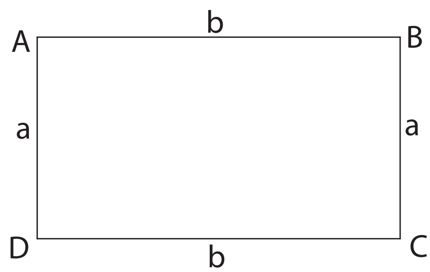
$$Alan = F = a^2$$



Şekil 2.13: Kare şeklinin gösterimi

- Dikdörtgenler iki adet kısa doğru ve iki adet uzun doğrunun birleşmesiyle oluşur. Dikdörtgenin de bütün köşeleri diktir. Kısa kenar ve uzun kenarın çarpılmasıyla dikdörtgenin alanı hesaplanır.

$$Alan = F = a \times b$$

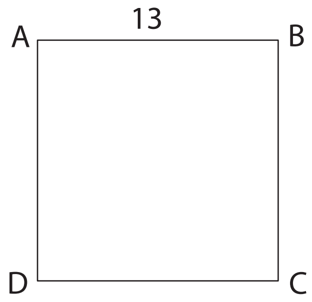


Şekil 2.14: Dikdörtgen şeklinin gösterimi

Kare ve Dikdörtgenin Alanı ile İlgili Örnekler

Örnek 2.8

Yandaki karenin kenar uzunluğu 13 m olarak ölçüldüğüne göre karenin alanını hesaplayınız.

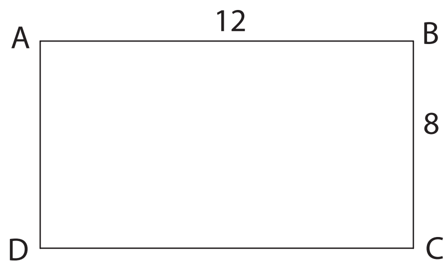


Çözüm 2.8

$Alan = F$
$F = a^2$
$F = 13^2$
$F = 169m^2$

Örnek 2.9

Yandaki dikdörtgenin uzun kenarı 12m, kısa kenarı 8m olarak ölçüldüğüne göre dikdörtgenin alanını hesaplayınız.



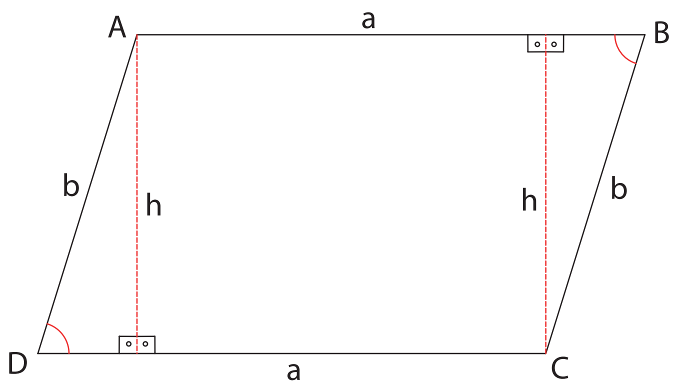
Çözüm 2.9

$Alan = F$
$F = a \times b$
$F = 12 \times 8$
$F = 96m^2$

2.3. Paralelkenarın Alanı

Paralelkenarların karşılıklı kenarları ve açıları birbirine eşittir. Paralelkenarların alan hesaplamaları için aşağıdaki formülden yararlanılmaktadır.

$Alan = F$
$F = a \times h$
$F = a \times b \times \sin(D)$



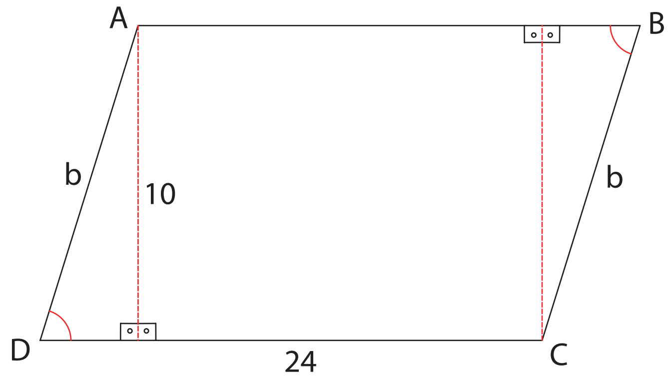
Şekil 2.15: Paralelkenar şeklinin gösterimi

GEOMETRİK HESAPLAMALAR

Paralelkenarın Alanı ile İlgili Örnekler

Örnek 2.10

Yandaki paralelkenarın taban kenarının uzunluğu 24m, yükseklik 10m olarak ölçüldüğüne göre paralelkenarın alanını hesaplayınız.



Çözüm 2.10

$Alan = F$

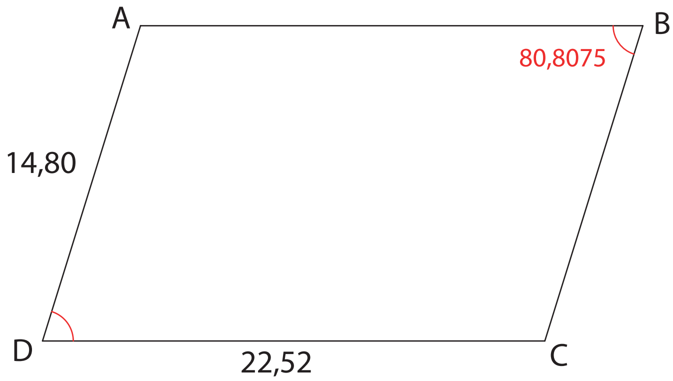
$F = a \times h$

$F = 24 \times 10$

$F = 240 m^2$

Örnek 2.11

Yandaki paralelkenarın taban kenarının uzunluğu 22,52m diğer kenarının uzunluğu 14,80m ve D köşesinin açısı 80,8075^g olarak ölçüldüğüne göre paralelkenarın alanını hesaplayınız.



Çözüm 2.11

$Alan = F$

$F = a \times b \times \sin(D)$

$F = 22,52 \times 14,80 \times \sin(80,8075)$

$F = 318,2642 m^2$

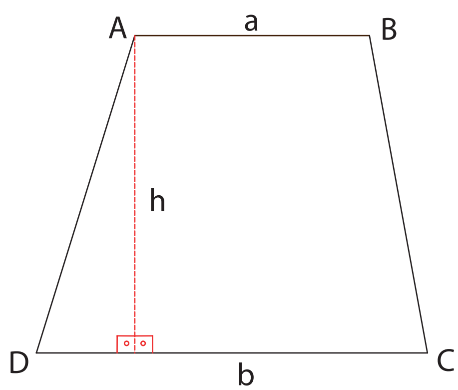
2.4. Yamuğun Alanı

Yamuğun alan hesaplamaları için aşağıdaki formülden yararlanılmaktadır.

$Alan = F$

$$F = \frac{\text{Alt taban} + \text{Üst taban}}{2} \times \text{yükseklik}$$

$$F = \frac{b + a}{2} \times h$$

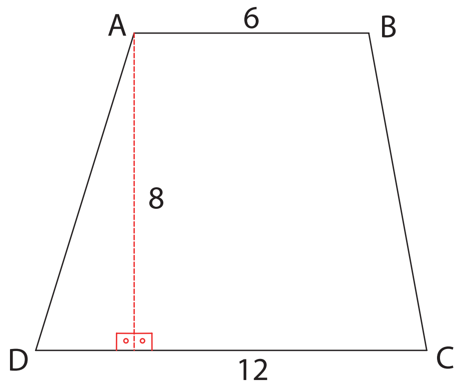


Şekil 2.16: Yamuk şeklinin gösterimi

Yamuğun Alanı ile İlgili Örnekler

Örnek 2.12

Yandaki yamuk şeklinin alt tabanı 12m, üst tabanı 6m ve yüksekliği 8m olarak ölçüldüğüne göre yamuğun alanını hesaplayınız.



Çözüm 2.12

Alan = F

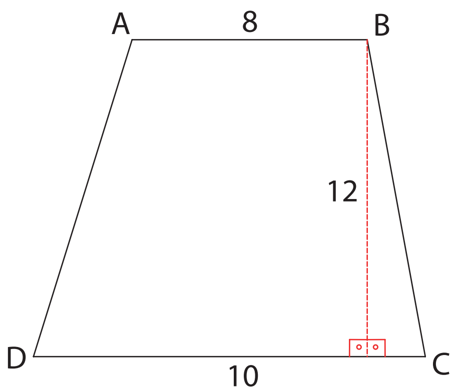
$F = \dfrac{\text{Alt taban} + \text{Üst taban}}{2} \times \text{yükseklik}$

$F = \dfrac{12 + 6}{2} \times 8$

$F = 72m^2$

Örnek 2.13

Yandaki yamuk şeklinin alt tabanı 10m, üst tabanı 8m ve yüksekliği 12m olarak ölçüldüğüne göre yamuğun alanını hesaplayınız.



Çözüm 2.13

Alan = F

$F = \dfrac{\text{Alt taban} + \text{Üst taban}}{2} \times \text{yükseklik}$

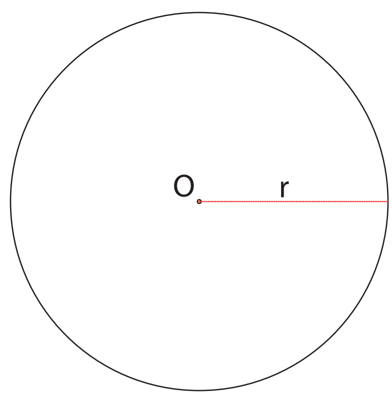
$F = \dfrac{10 + 8}{2} \times 12$

$F = 108m^2$

2.5. Dairenin Alanı

Daire, yarıçapı ve merkezi olan yuvarlak biçiminde düzgün geometrik şekildir. Dairenin alanı hesaplanırken aşağıdaki formülden yararlanılmaktadır.

Çevre = C
$C = 2 \times \pi \times r$
Alan = F
$F = \pi \times r^2$

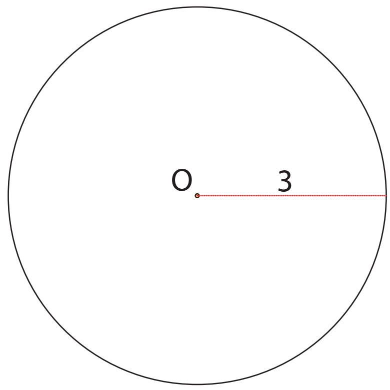


Şekil 2.17: Daire şeklinin gösterimi

Dairenin Alanı ile İlgili Örnekler

Örnek 2.14

Yandaki dairenin yarıçapı r=3m olarak ölçüldüğüne göre dairenin alanını hesaplayınız.



Çözüm 2.14

$Alan = F$

$F = \pi \times r^2$

$F = 3{,}14 \times 3^2$

$F = 28{,}26 m^2$

Örnek 2.15

Dairenin yarıçapı r=50cm olarak ölçüldüğüne göre dairenin alanını metrekare cinsinden hesaplayınız.

Çözüm 2.15

$Alan = F$

$F = \pi \times r^2$

$F = 3{,}14 \times 0{,}50^2$

$F = 0{,}785 m^2$

Uygulama

EXCEL'DE BASİT FORMÜL YAZMA İŞLEMİ

Aşağıda bir üçgenin alan hesabının excel programında formüllendirilmesine yönelik bir örnek uygulamanın işlem basamakları verilmiştir. Siz de benzer adımları takip ederek düzgün geometrik şekillerin formüllerini excel programında oluşturunuz.

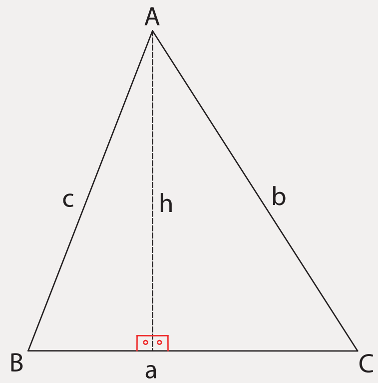
- **Taban Kenarı ve Yüksekliği Verilen Üçgenin Alan Hesabının Formüllendirilmesi**

Alan = F

Taban kenarı = a

Yükseklik = h

$F = \dfrac{a \times h}{2}$



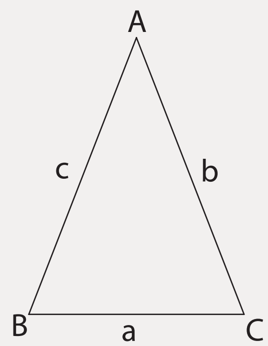
	A	B	C	D	E
16					
17		Taban Kenarı	Yükseklik		Üçgenin Alanı
18					=(B18*C18)/2
19					
20					

Dik üçgenin alanı hesaplanmasında da yukarıdaki formül kullanılabilmektedir.

- **Üç Kenar Uzunluğu Verilen Üçgenin Alan Hesabının Formüllendirilmesi**

$\dfrac{a+b+c}{2} = u$ **(Çevrenin yarısı)**

$F = \sqrt{u \times (u-a) \times (u-b) \times (u-c)}$



GEOMETRİK HESAPLAMALAR

Uygulama

	A	B	C	D	E	F	G
25							
26		1. Kenar	2. Kenar	3. Kenar		Çevrenin Yarısı(u)	Üçgenin Alanı (F)
27						=(B27+C27+D27)/2	
28							
29							
30							

Çevrenin yarısı (u) formüllendirilmesi yukarıdaki şekildeki gibi yapılır.

	A	B	C	D	E	F	G
25							
26		1. Kenar	2. Kenar	3. Kenar		Çevrenin Yarısı(u)	Üçgenin Alanı (F)
27						0	=KAREKÖK(F27*(F27-B27)*(F27-C27)*(F27-D27))
28							
29							
30							

Çevrenin yarısı (u) formüllendirilmesi yapıldıktan sonra Üçgenin Alanı kutusunun altındaki satıra üçgenin alanının formüllendirilmesi yapılır.

	A	B	C	D	E	F	G
25							
26		1. Kenar	2. Kenar	3. Kenar		Çevrenin Yarısı(u)	Üçgenin Alanı (F)
27		21.68	34.37	33.83		44.94	350.36
28							

Formüllendirilmesi yapıldıktan sonra verilenler (1. kenar, 2. kenar, 3. kenar) girildiğinde istenenler (Çevrenin yarısı=u ve Üçgenin alanı=F) formül tarafından hesaplanmaktadır.

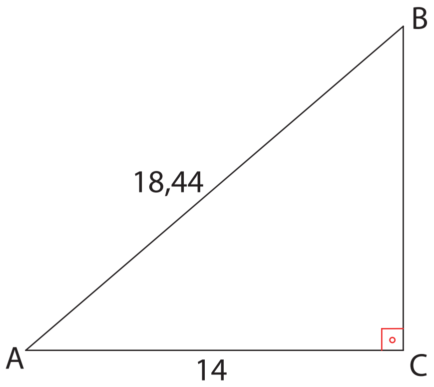
İzlemek için kodu tarayın.

http://kitap.eba.gov.tr/KodSor.php?KOD=21459

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME TESTİ 2

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyunuz ve doğru olduğunu düşündüğünüz şıkkı işaretleyiniz.

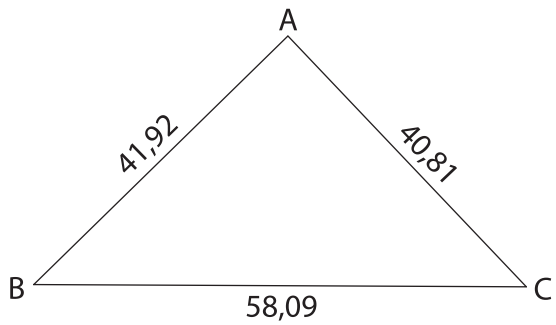
1.



Yukarıdaki üçgende b=14m ve c=18,44m olarak ölçüldüğüne göre üçgenin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 48,36m²
B) 50,89m²
C) 80m²
D) 84m²
E) 84,90m²

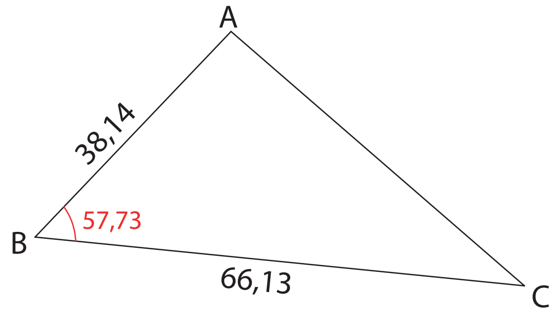
2.



Yukarıdaki üçgende a=58,09m, b=40,81m ve c=41,92m olarak ölçüldüğüne göre üçgenin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 355,88m²
B) 800m²
C) 850,62m²
D) 855,29m²
E) 885,36m²

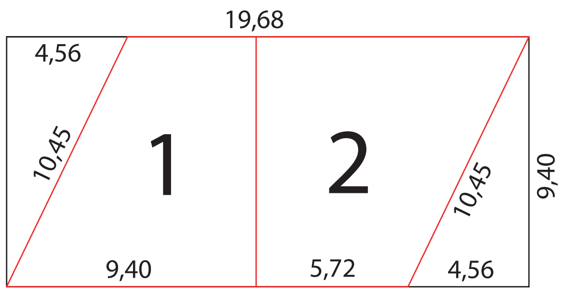
3.



Yukarıdaki üçgende a=66,13m, c=38,14m ve (B)=57,73g olarak ölçüldüğüne göre üçgenin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 895,29m²
B) 990m²
C) 993,18m²
D) 994m²
E) 995,39m²

4 - 6. soruları aşağıdaki şekle göre çözünüz.



4. Yukarıdaki dikdörtgenin içerisine çeşitli şekiller yerleştirilmiştir. Şekildeki mesafeler metre cinsinden gösterilmektedir. Buna göre şeklin içerisindeki paralelkenarın alanı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 99,98m²
B) 122,10m²
C) 122,36m²
D) 142,13m²
E) 150,23m²

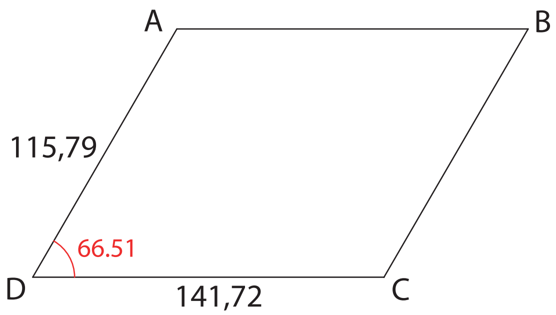
5. 1 numaralı kırmızı çizgi ile çevrili bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 66,93m²
B) 86,94m²
C) 90m²
D) 99,94m²
E) 124,36m²

6. 2 numaralı kırmızı çizgi ile çevrili bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 66,94m²
B) 75,20m²
C) 100m²
D) 88,56m²
E) 120m²

7.



Yukarıdaki paralelkenarda ölçüler metre cinsinden, açı ise grad cinsinden verilmektedir. Buna göre paralelkenarın alanı aşağıdakilerden hangisidir?

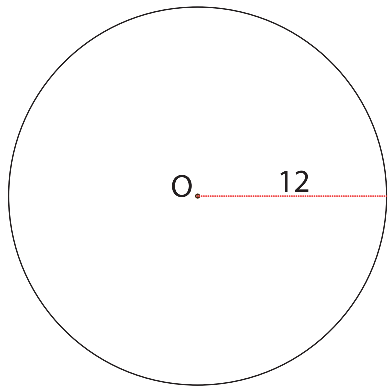
A) 14191,033m²
B) 14196,724m²
C) 14289,564m²
D) 14560,788m²
E) 14725,726m²

8.

Yukarıdaki yamukta ölçüler metre cinsinden verilmiştir. Buna göre yamuğun alanı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 12526,45m²
B) 12666,52m²
C) 12716,44m²
D) 12932,33m²
E) 12224,44m²

9.



Yukarıdaki dairenin yarıçapı 12cm olarak ölçülmüştür. Dairenin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 412,26m²
B) 450,12m²
C) 450,39m²
D) 452,39m²
E) 456,36m²

3. DÜZGÜN GEOMETRİK ŞEKİLLERİN HACİM HESAPLARI

Hacim bir nesnenin kapladığı yerdir. Hacim hesabı yapılmadan önce hacim ile alan arasındaki farkın bilinmesi gerekmektedir.

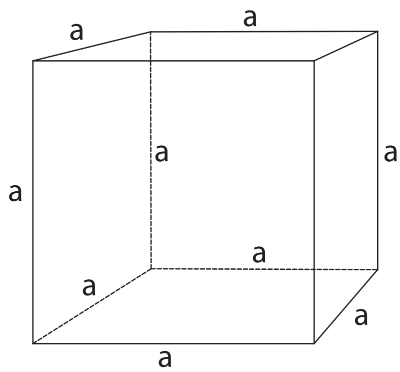
Alan nesnenin çevrelediği yerdir. Hacim ise doldurduğu yerdir. Hacim 3 boyutlu iken alan 2 boyutludur. Alan, yüzölçümü hesaplarında kadastro işlemlerinde sıkça kullanılırken hacim, inşaat hafriyat işlerinde sıkça kullanılmaktadır.

Görsel 2.1: İnşaat temeli için eşilen çukurdan çıkan hafriyat

3.1. Küpün Hacmi

Küpün bütün kenarları birbirine eşittir ve bütün köşeleri diktir. Küpün hacmi aşağıdaki şekildeki gibi hesaplanmaktadır.

$Hacim = V$
$V = a \times a \times a$
$V = a^3$

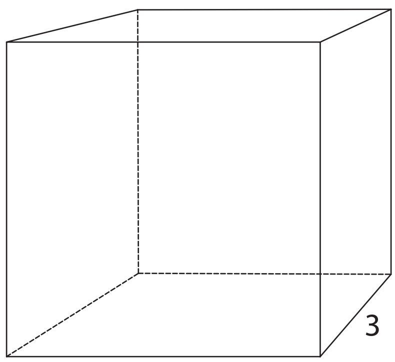


Şekil 2.18: Küp şeklinin gösterimi

Küpün Hacmi ile İlgili Örnekler

Örnek 3.1

Yandaki küpün bir kenarının uzunluğu 3m olarak ölçüldüğüne göre küpün hacmini hesaplayınız.



Çözüm 3.1

$Hacim = V$
$V = a \times a \times a$
$V = a^3$
$V = \mathbf{3}^3$
$V = \mathbf{27}m^3$

Örnek 3.2

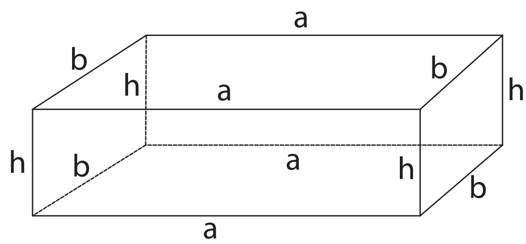
Küpün bir kenarının uzunluğu 6cm olarak ölçüldüğüne göre küpün hacmini hesaplayınız.

Çözüm 3.2

$Hacim = V$
$V = a \times a \times a$
$V = a^3$
$V = 6^3$
$V = 216cm^3$

3.2. Dikdörtgenler Prizmasının Hacmi

$Hacim = V$
$V = a \times b \times h$

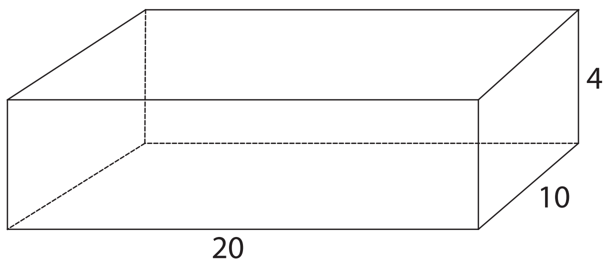


Şekil 2.19: Dikdörtgenler prizması şeklinin gösterimi

Dikdörtgenler Prizmasının Hacmi ile İlgili Örnekler

Örnek 3.3

Yandaki dikdörtgenler prizmasında a=20m, b=10m ve c=4m olarak ölçüldüğüne göre dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplayınız.



Çözüm 3.3

$Hacim = V$
$V = a \times b \times h$
$V = 20 \times 10 \times 4$
$V = 800m^3$

Örnek 3.4

Dikdörtgenler prizmasında a=12m, b=8m ve c=6m olarak ölçüldüğüne göre dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplayınız.

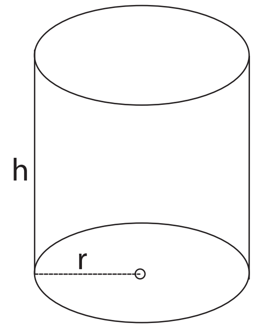
Çözüm 3.4

$Hacim = V$
$V = a \times b \times h$
$V = 12 \times 8 \times 6$
$V = 576m^3$

GEOMETRİK HESAPLAMALAR

3.3. Silindirin Hacmi

Taban Alanı = F
$F = \pi \times r^2$
Hacim = V
$V = F \times h$
$V = \pi \times r^2 \times h$

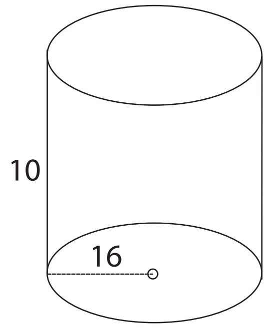


Şekil 2.20: Silindir şeklinin gösterimi

Silindirin Hacmi ile İlgili Örnekler

Örnek 3.5

Yandaki silindirde r=16cm, h=10cm olarak ölçüldüğüne göre silindirin hacmini hesaplayınız.



Çözüm 3.5

Hacim = V
$V = \pi \times r^2 \times h$
$V = 3{,}14 \times 16^2 \times 10$
$V = 8038{,}4 cm^3$

Örnek 3.6

Silindirde r=12m, h=14m olarak ölçüldüğüne göre silindirin hacmini hesaplayınız.

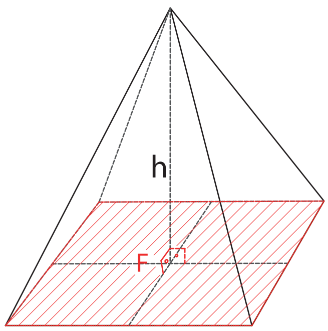
Çözüm 3.6

Hacim = V
$V = \pi \times r^2 \times h$
$V = 3{,}14 \times 12^2 \times 14$
$V = 6330{,}24 cm^3$

3.4. Piramidin Hacmi

Piramidin hacmi taban alanı ile yüksekliğin çarpımının 3'e bölümü ile hesaplanmaktadır.

Hacim = V
$V = \frac{F \times h}{3}$



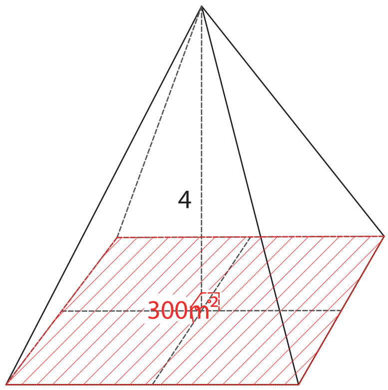
Şekil 2.21: Piramit şeklinin gösterimi

GEOMETRİK HESAPLAMALAR

Piramidin Hacmi ile İlgili Örnek

Örnek 3.7

Yandaki piramidin taban alanı 300m² olarak hesaplanmış olup h=4m olduğuna göre piramidin hacmini hesaplayınız.



Çözüm 3.7

$Hacim = V$

$V = \frac{F \times h}{3}$

$V = \frac{300 \times 4}{3}$

$V = 400m^3$

3.5. Koninin Hacmi

Koninin hacmi taban alanı ile yüksekliğin çarpımının 3'e bölümü ile hesaplanmaktadır.

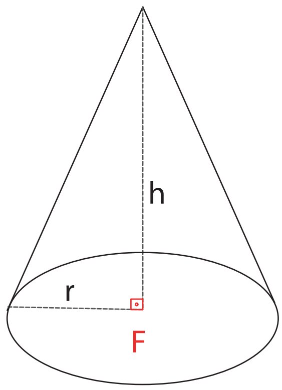
$Taban\ Alanı = F$

$F = \pi \times r^2$

$Hacim = V$

$V = \frac{F \times h}{3}$

$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$

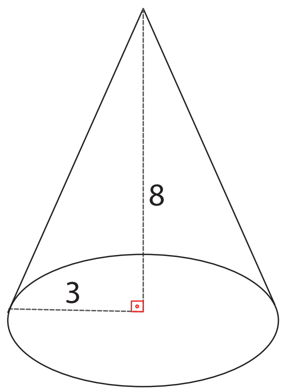


Şekil 2.22: Koni şeklinin gösterimi

Koninin Hacmi ile İlgili Örnek

Örnek 3.8

Yandaki konide r=3cm, h=8cm olarak ölçüldüğüne göre koninin hacmini hesaplayınız.



Çözüm 3.8

$Hacim = V$

$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$

$V = \frac{3{,}14 \times 3^2 \times 8}{3}$

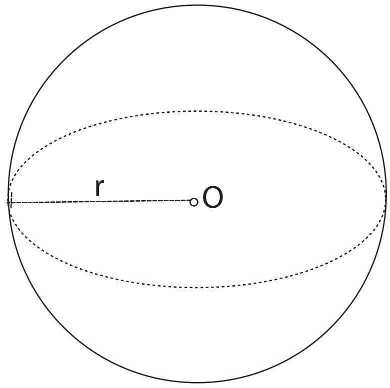
$V = 75{,}36m^3$

3.6. Kürenin Hacmi

r yarıçaplı kürenin hacmi aşağıdaki formül ile hesaplanmaktadır.

Hacim = V

$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

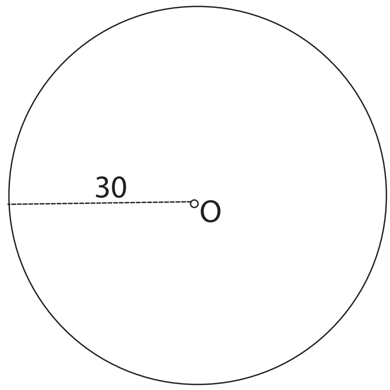


Şekil 2.23: Küre şeklinin gösterimi

Kürenin Hacmi ile İlgili Örnek

Örnek 3.9

Yandaki kürenin yarıçapı r=30m olarak ölçüldüğüne göre kürenin hacmini hesaplayınız.



Çözüm 3.9

Hacim = V

$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

$V = \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 30^3$

$V = 113{,}04\, m^3$

Uygulama

Aşağıda hacim hesapları ile ilgili verilen formülleri bilgisayar laboratuvarınızda excel programında ders öğretmeninizin yardımıyla formüllendirmeye çalışınız.

Küpün hacmi = a^3

Dikdörtgenler Prizmasının Hacmi = $a \times b \times h$

Silindirin Hacmi = $\pi \times r^2 \times h$

Koninin Hacmi = $\dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3}$

Kürenin Hacmi = $\dfrac{4}{3} \times \pi \times r^3$

İzlemek için kodu tarayın.

http://kitap.eba.gov.tr/KodSor.php?KOD=21459

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME TESTİ 3

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyunuz ve doğru olduğunu düşündüğünüz şıkkı işaretleyiniz.

1. Kenar uzunluğu 2m olan küp şeklindeki bir atık kutusu toprağa gömülerek kapatılmak isteniyor. Bu kutunun kapanması için gereken hafriyatın hacmi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2m^3$
B) $5m^3$
C) $6m^3$
D) $7m^3$
E) $8m^3$

2. Kenar uzunlukları 5cm, 4cm ve 2cm olan boş kibrit kutusunun içerisine dolabilecek kumun hacmi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $20cm^3$
B) $24cm^3$
C) $32cm^3$
D) $36cm^3$
E) $40cm^3$

3. Su ihtiyacı olan bir köye tabanı, yarıçap uzunluğu 2m olan bir daire şeklinde ve derinliği 30 m olan bir kuyu açılması düşünülmektedir. Bu kuyunun ağzına kadar dolacağı düşünüldüğünde içerisindeki suyun miktarı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $200,50m^3$
B) $248,32m^3$
C) $250,36m^3$
D) $360,82m^3$
E) $376,99m^3$

4. Yarıçap uzunluğu 20cm olan bir futbol topunun hacmi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $25256,42cm^3$
B) $30000cm^3$
C) $33510,32cm^3$
D) $35495,36cm^3$
E) $41022,56cm^3$

5. Tabanı dikdörtgen şeklinde olan bir piramidin tabandaki kısa kenarı 3m, uzun kenarı 6m ve piramidin yüksekliği 10m olarak ölçüldüğüne göre piramidin hacmi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $60m^3$
B) $80m^3$
C) $120m^3$
D) $150m^3$
E) $200m^3$

6. Bir konide yarıçap r=6cm ve yükseklik h=20cm olarak ölçüldüğüne göre bu koninin hacmi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $600,66cm^3$
B) $652,21cm^3$
C) $700,26cm^3$
D) $753,98cm^3$
E) $816,24cm^3$

NOTLAR

....

NELER ÖĞRENECEKSİNİZ?

- Matematikteki dik koordinat sistemini
- Haritacılıkta kullanılan dik koordinat sistemini
- Haritacılıkta kullanılan dik koordinat sistemindeki apsis ve ordinat değerlerinin yerlerini
- Haritacılıkta kullanılan dik koordinat sistemindeki apsis ve ordinat değerleri ile nokta yeri belirlemeyi
- Kutupsal koordinat sisteminin elemanları olan yatay uzaklık ve semt açısını
- Örnek çözümleriyle iki nokta arasındaki uzaklık hesabını
- Örnek çözümleriyle iki nokta arasındaki semt açısı hesabını
- Hesaplanan uzaklık ve semt açısı yardımıyla nokta yerinin nasıl belirleneceğini
- Şekil üzerinde jeodezik birim dairenin bölgelerini
- X ve Y değerlerinin jeodezik birim dairedeki bölgelere göre aldığı işaretleri
- Coğrafi koordinatlar olan enlem ve boylam tanımlarını

ÖĞRENME BİRİMİ 3

KOORDİNAT SİSTEMLERİ

KOORDİNAT SİSTEMLERİ

KONULAR

1 Dik Koordinat Sistemi

2 Kutupsal Koordinat Sistemi

3 Jeodezik Birim Daire

TEMEL KAVRAMLAR

- Dik koordinat
- Apsis
- Ordinat
- Kutupsal koordinat sistemi
- Semt açısı
- Yatay uzaklık
- Coğrafi koordinatlar
- Enlem
- Boylam

Hazırlık Çalışması

1. Sınıfınızda, varsa, zeminde bulunan karelere göre oturduğunuz sıranın konumunu nasıl tarif edebilirsiniz. Bu tarifin yapılabilmesi için neler gerekmektedir.
2. Satranç tahtasının köşelerinde bulunan harf ve rakamların neyi ifade ettiğini ve ne işe yaradığını sınıfta arkadaşlarınız ile değerlendiriniz.

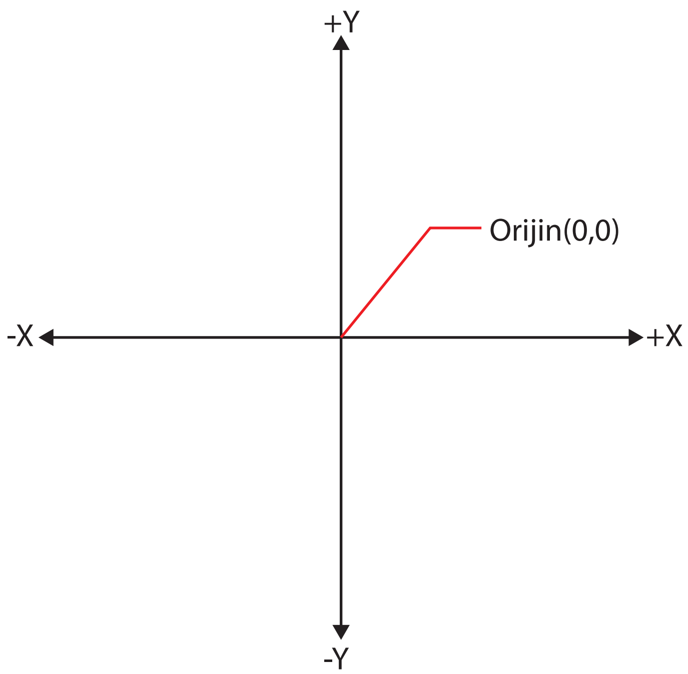
1. DİK KOORDİNAT SİSTEMİ

1.1. Matematikte Dik Koordinat Sistemi

Biri yatay diğeri düşey iki sayı doğrusunun sıfır noktasında dik kesişmesi ile oluşan sisteme **koordinat sistemi** denir.

1.1.1. X, Y Eksenlerinin Tanımı

Koordinat sisteminde yatay olan eksen **x ekseni**, düşey olan eksene **y ekseni** denir. Kesişilen sıfır noktasına ise **orijin (başlangıç noktası)** denir.



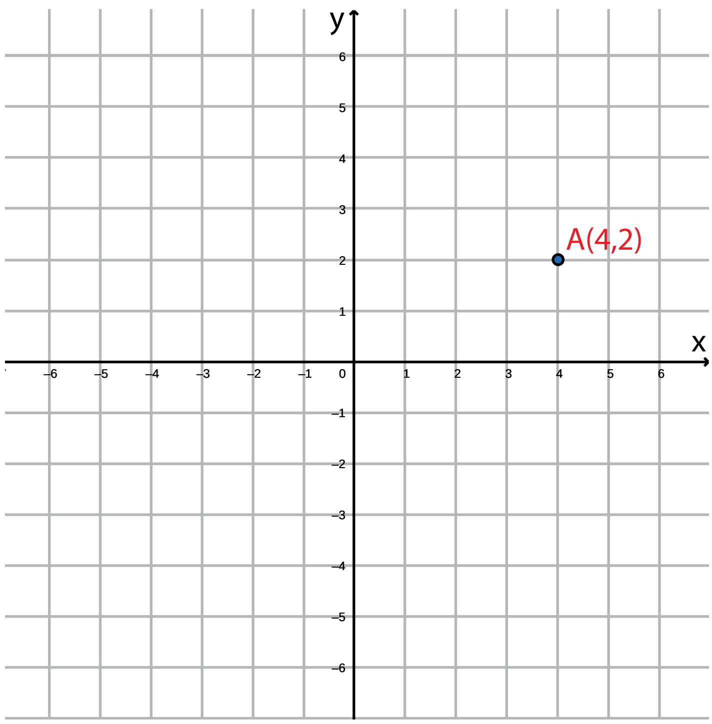
Şekil 3.1: Dik koordinat sistemi

Koordinat sisteminde bir noktayı gösteren sayı ikilisine **sıralı ikili** denir. Sıralı ikililer bir noktanın koordinatlarını belirtirler ve **(x, y)** şeklinde gösterilirler. X sayısına **birinci bileşen**, Y sayısına **ikinci bileşen** denir. İlk bileşen X eksenine, ikinci bileşen Y eksenine karşılık gelen değeri belirtir.

Örneğin: A noktasının koordinatlarını belirten (4,2) sıralı ikilisinde “4” X eksenine , “2” ise Y eksenine karşılık gelen değeri belirtir.

BİLGİ NOTU

- x ekseni üzerindeki noktaların ordinatı sıfırdır.
- y ekseni üzerindeki noktaların apsisi sıfırdır.

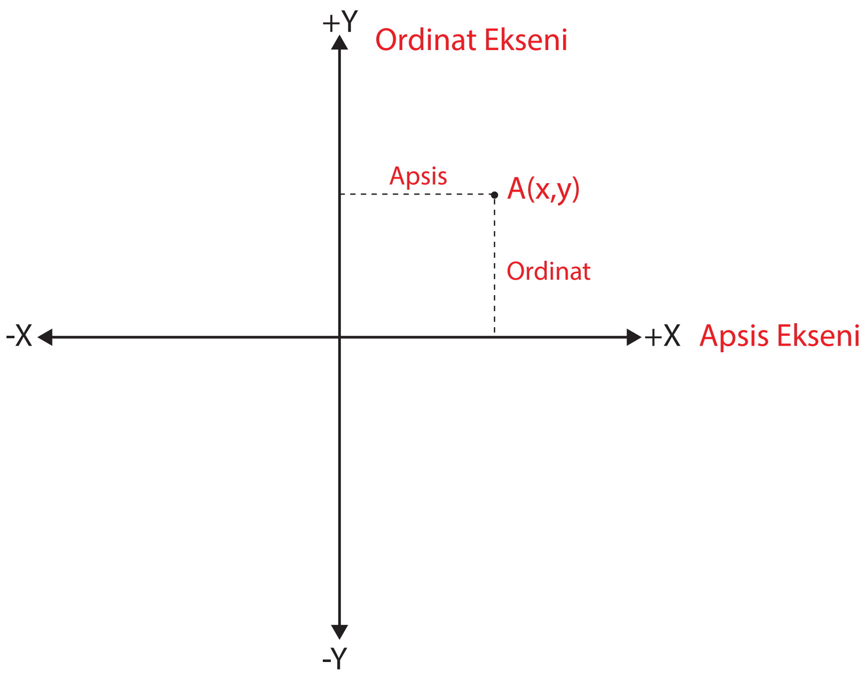


Şekil 3.2: A noktasının koordinat sisteminde gösterimi

1.1.2. Apsis ve Ordinat Değerleri ile Nokta Konumu Belirleme

Dikey olan eksene yani y eksenine **ordinatlar ekseni**, bu doğru üzerindeki noktalara da **ordinat** denir.

Yatay olan eksene yani x eksenine de **apsisler ekseni** ve bu doğru üzerindeki noktalara da **apsis** denir.

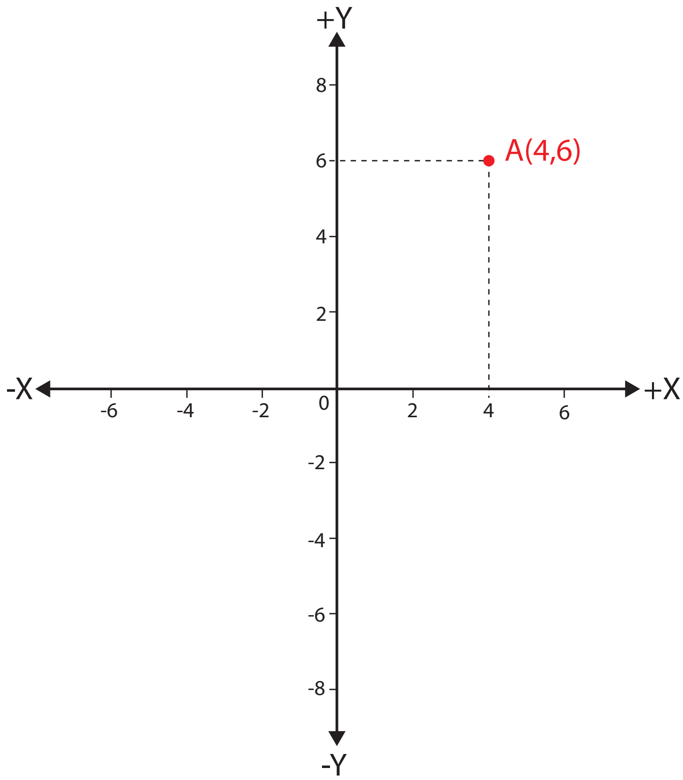


Şekil 3.3: Bir noktanın koordinat sistemine göre yeri

Örneğin: A noktasında A(4,6) ilk önce yazılan (4) apsis değerini, ikinci yazılan (6) ise ordinat değerini belirtir (Şekil 3.4.)

Koordinat sistemini oluşturan apsis ve ordinat eksenleri düzlem üzerinde **4 bölge** meydana getirirler. Bu bölgeler **saat yönünün tersine doğru** 1. bölge, 2. bölge, 3. bölge ve 4. bölge olarak adlandırılırlar.

Bir koordinat sisteminde noktanın konumunu apsis ve ordinat değerleri ile belirleyebiliriz. Bu değerlerin işaretleri ise bize noktanın koordinat sisteminde hangi bölgede olduğu ile ilgili bilgi verir.

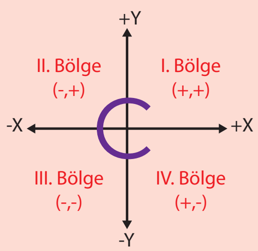


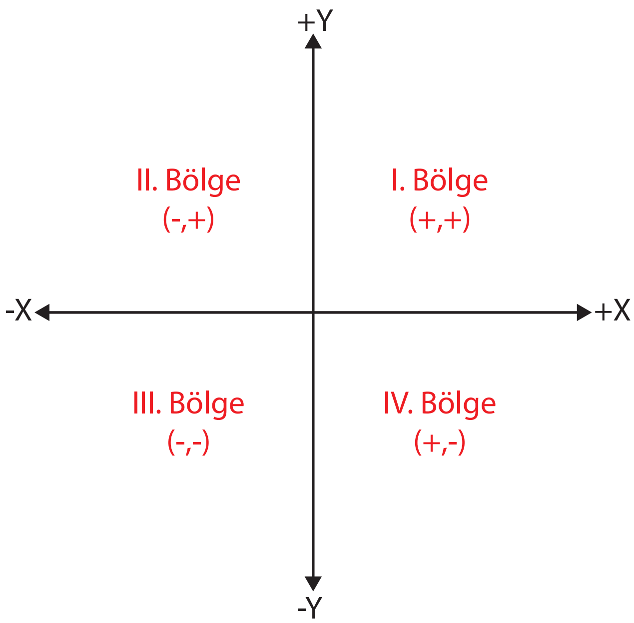
Şekil 3.4

- I. Bölgede apsis ve ordinat pozitiftir.
- II. Bölgede apsis negatif, ordinat pozitiftir.
- III. Bölgede apsis ve ordinat negatiftir.
- IV. Bölgede apsis pozitif, ordinat negatiftir.

PRATİK BİLGİ

Bu bölgelerin sıralanışı C harfi şeklinde aklınızda kalabilir.





Şekil 3.5: Dik koordinat sisteminde bölgeler

Örnek 1.1

Aşağıda verilen noktaların konumlarını koordinat sisteminde işaretleyiniz ve noktaların hangi bölgelerde yer aldığını belirtiniz.

A(3,2), B(0,0), C(- 4,3), D(- 2,0), E(-4,-3), F(0,-2), G(5,5)

Çözüm 1.1

A(3,2) → A noktası 1. bölgededir.

B(0,0) → B noktası orijindedir.

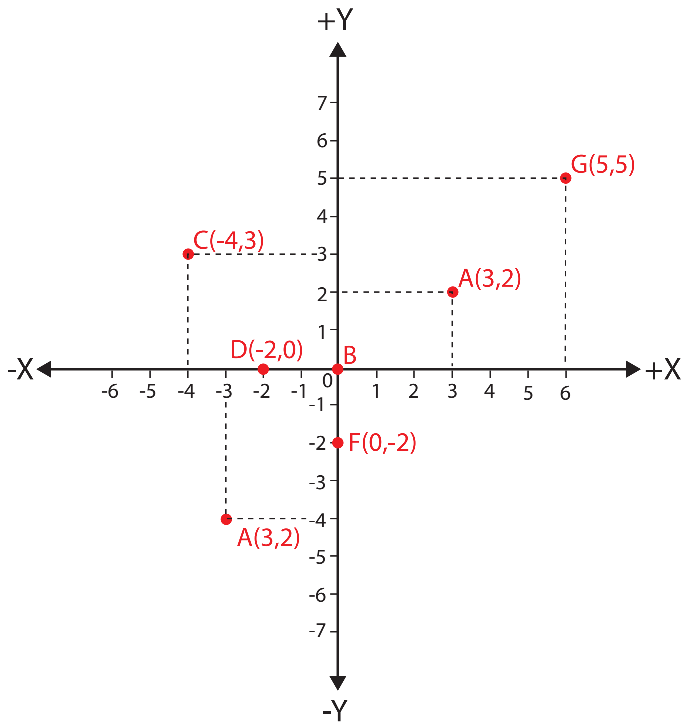
C(- 4,3) → C noktası 2. bölgededir.

D(- 2,0) → D noktası x eksenindedir.

E (- 3,- 4) → E noktası 3. bölgededir.

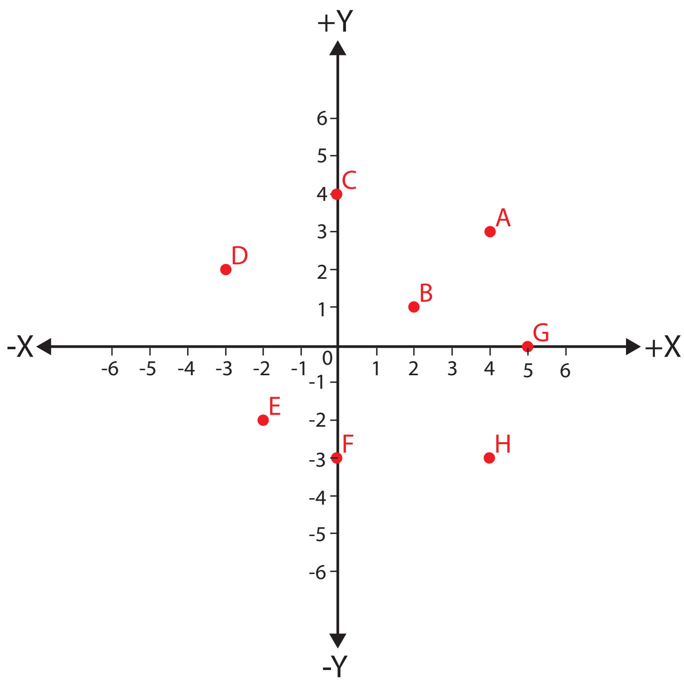
F (0, -2) → F noktası y eksenindedir.

G(5,-5) → G noktası 1. bölgededir.



Örnek 1.2

Koordinat düzleminde verilen noktaların koordinatlarını bulunuz ve noktaların hangi bölgelerde yer aldığını belirtiniz.



Çözüm 1.2

A(4,3) → A noktası 1. bölgededir.

B(2,1) → B noktası 1. bölgededir.

C(0,4) → C noktası y eksenindedir.

D(-3,2) → D noktası 2. bölgededir.

E (-2,-2) → E noktası 3. bölgededir.

F (0,-3) → F noktası y eksenindedir.

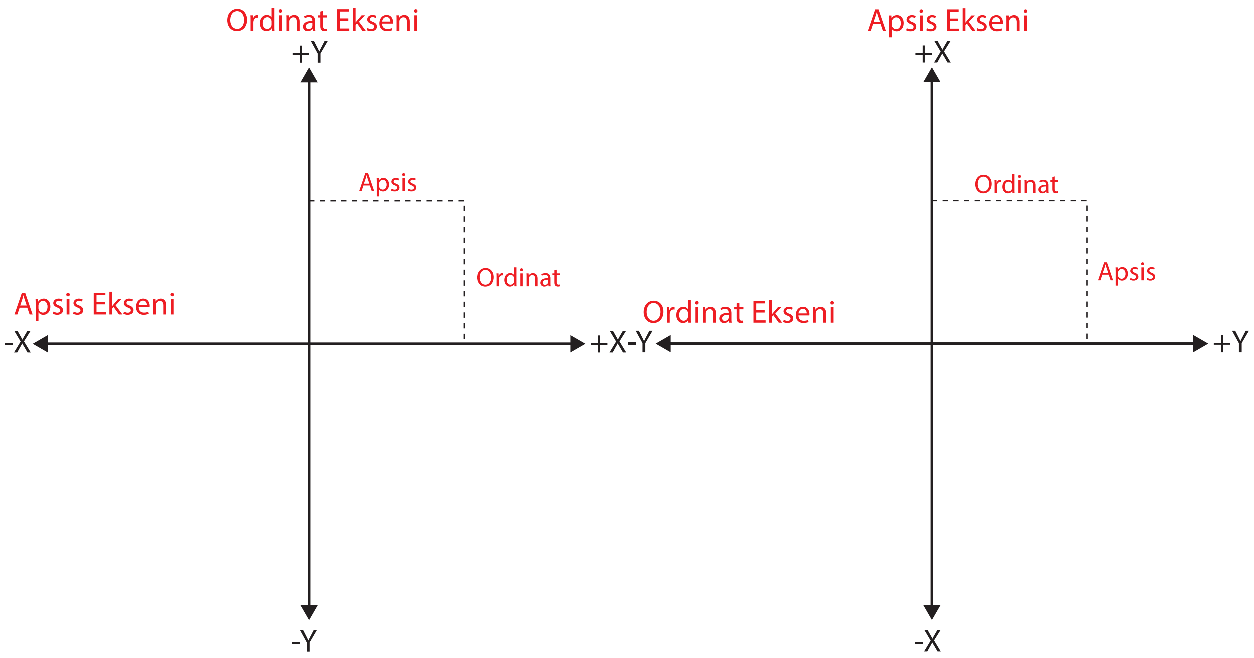
G(5,0) → G noktası x eksenindedir.

H (4,-3) → H noktası 4. bölgededir.

KOORDİNAT SİSTEMLERİ

1.2. Haritacılıkta Kullanılan Dik Koordinat Sistemi

Bir noktanın dünya üzerindeki yeri eksenlere ya da orijine uzaklığına göre belirlenir. Bu yerin metre cinsinden belirlendiği sisteme **dik koordinat sistemi** denir. Haritacılıkta kullanılan dik koordinat sisteminde (Şekil 3.7) matematikteki dik koordinat sisteminden (Şekil 3.6) farklı olarak X ve Y eksenleri yer değiştirmiştir.



Şekil 3.6: Matematikte dik koordinat sistemi

Şekil 3.7: Haritacılıkta dik koordinat sistemi

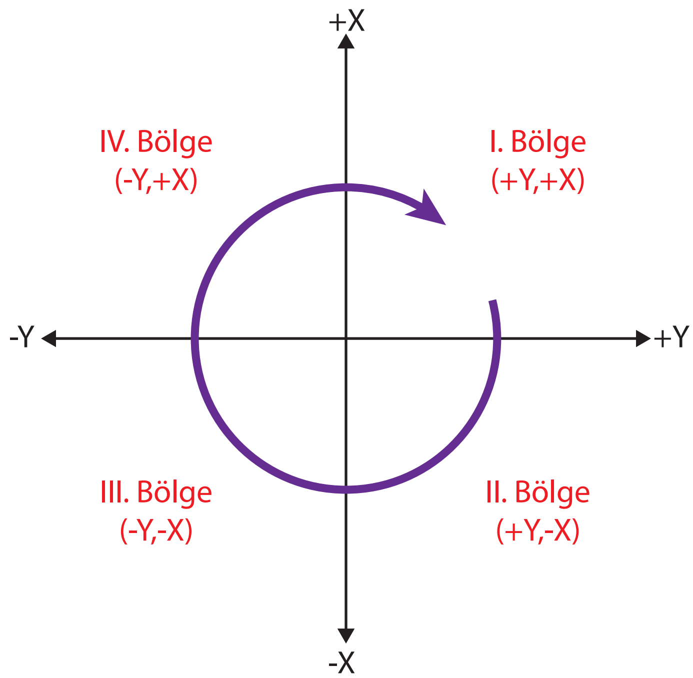
1.2.1. Haritacılıkta Kullanılan Dik Koordinat Sistemindeki Apsis ve Ordinat Değerlerinin Yerleri

Matematikte kullanılan koordinat sisteminde **sağ-sol doğrultusu x ekseni, yukarı-aşağı doğrultusu y ekseni**dir. Haritacılıkta ise ordinat ekseni olarak isimlendirilen **Y ekseni sağ-sol** yönündedir ve bu eksen üzerindeki noktalara **ordinat** denir. Apsis ekseni olarak isimlendirilen **X ekseni yukarı-aşağı** yönünde gösterilmektedir ve bu eksen üzerindeki noktalara **apsis** denir (Şekil 3.6).

Matematik işlemlerinde açı değerleri yatay eksenden başlar ve açıların değerleri saatin tersi yönünde artış gösterir. Fakat haritacılıkta açı değerleri düşey eksende başlar ve saat yönünde artar. Bu durumda bölge numaraları da saat yönünde artış gösterir.

BİLGİ NOTU

Haritacılıkta kullanılan açı ölçüm aletlerin tümünde açı daireleri saat ibresi yönündedir. Matematiksel hesaplamalarda kullanılan formüllerin değişmemesi için dik koordinat eksenlerinin yönü değiştirilmiş ve açı başlangıcı olarak da kuzey yön alınmıştır.



Şekil 3.8: Haritacılıkta kullanılan dik koordinat sisteminde bölgeler

1.2.2. Haritacılıkta Kullanılan Dik Koordinat Sistemindeki Apsis ve Ordinat Değerleri ile Nokta Yeri Belirleme

Bir noktanın koordinat sisteminde konumu o noktanın eksenlere olan uzaklığı ile belirlenir. Noktanın ordinat eksenine olan uzaklığı X (apsis) değerini, apsis eksenine olan uzaklığı ise Y (ordinat) değerini verir. X ve Y değerler ikilisi bize o noktanın koordinat bilgisini verir.

Örnek 1.3

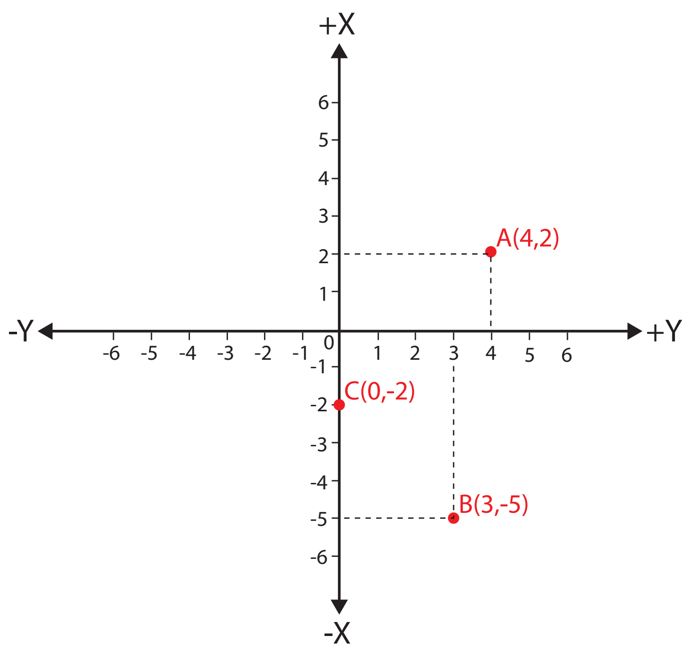
A(4,2), B(3,-5) ve C(0,-2) verilen noktalarının konumlarını koordinat sisteminde işaretleyiniz ve noktaların hangi bölgelerde yer aldığını belirtiniz.

Çözüm 1.3

A(4,2) → A noktası 1. bölgededir.

B(3,-5) → B noktası 2. bölgededir.

C(0,-2) → C noktası x eksenindedir.



Örnek 1.4

A(-2,3), B(1,2), C(-3,-4) ve D(5,-2) verilen noktaların konumlarını koordinat sisteminde işaretleyiniz ve noktaların hangi bölgelerde yer aldığını belirtiniz.

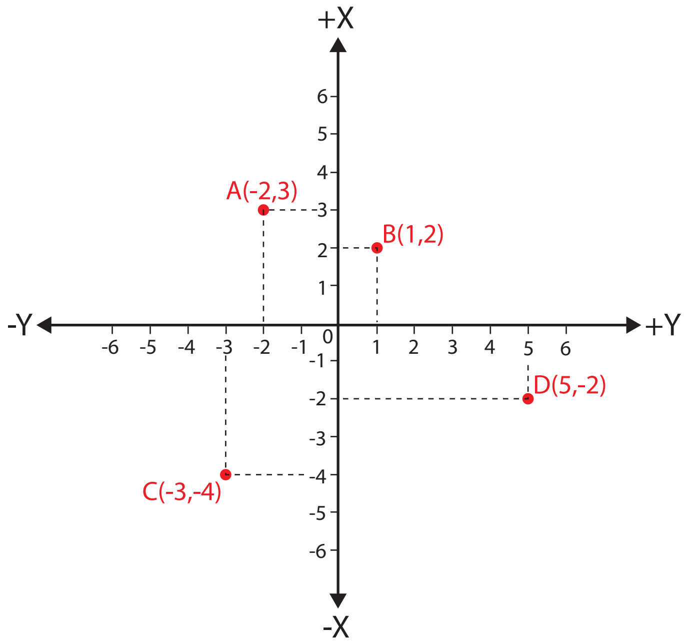
Çözüm 1.4

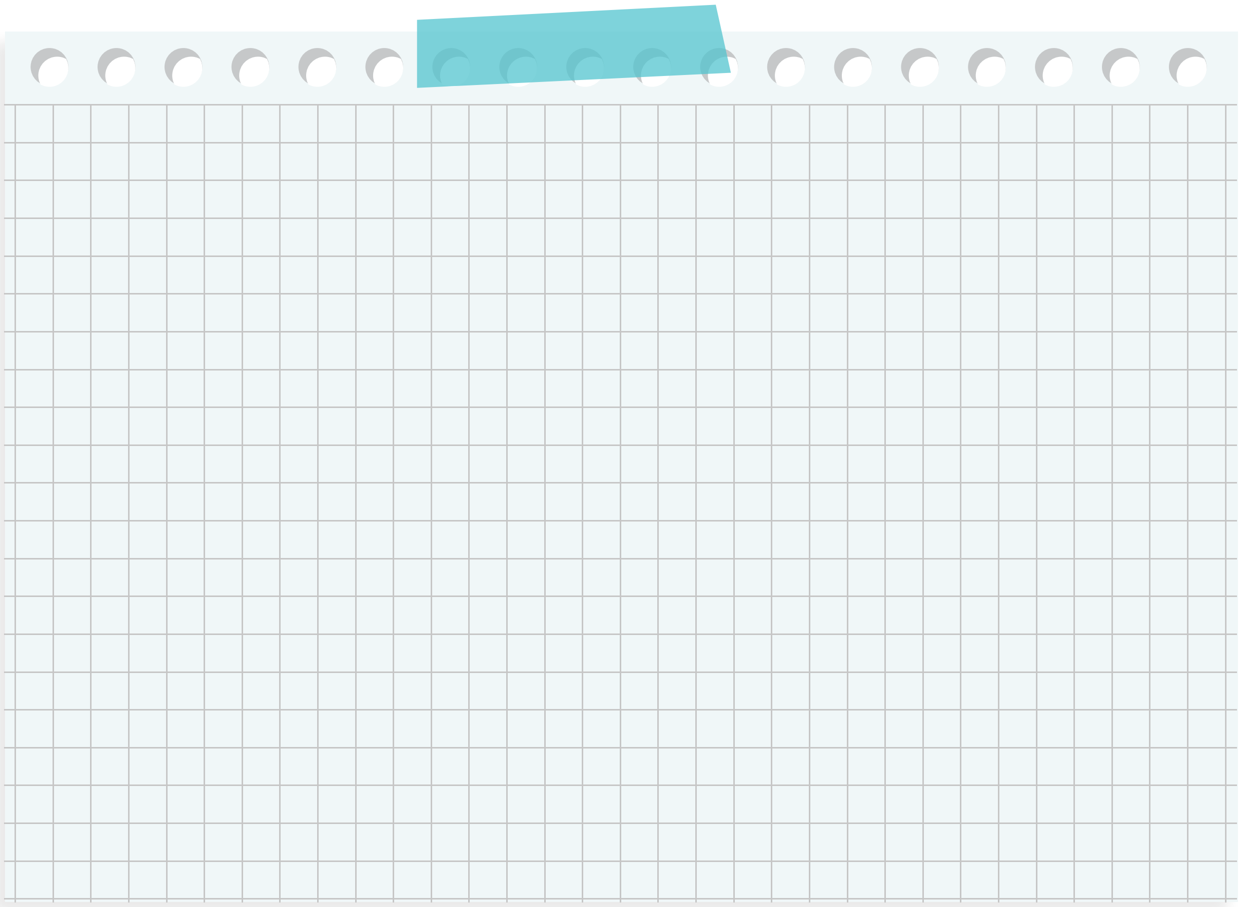
A(-2,3) → A noktası 4. bölgededir.

B(1,2) → B noktası 1. bölgededir.

C(-3,-4) → C noktası 3. bölgededir.

D(5,-2) → D noktası 2. bölgededir.





ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME TESTİ 1

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyunuz ve doğru olduğunu düşündüğünüz şıkkı işaretleyiniz.

1. A(3,4), B(−4,4), C(−4 ,−2)

Dikdörtgen şeklindeki tarlanın üç tane köşe noktasının koordinatları verilmiştir. Buna göre tarlanın dördüncü köşe koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (−2,−1)
B) (1,−2)
C) (3,−1)
D) (2,1)
E) (3,−2)

2. Koordinat sisteminde A(4,2) noktasından 8 birim sola, 3 birim aşağıya doğru gidilirse aşağıda verilen noktalardan hangisine gelinmiş olunur?

A) (−3,−2)
B) (−4,−1)
C) (−3,−1)
D) (−2,2)
E) (3,−2)

3. Koordinatları A(1,6), B(1,1) ve C(5,1) olan dik üçgenin alanı birimkare cinsinden aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5
B) 6
C) 7
D) 8
E) 10

4. Koordinat sisteminde köşe noktaları A(−4,1), B(2,1), C(2,−3) ve D(−4,−3) olan dikdörtgenin alanı birimkare cinsinden aşağıdakilerden hangisidir?

A) 24
B) 18
C) 16
D) 14
E) 12

5. Koordinat sisteminde iki köşesinin koordinatları A(-3,4) ve B(5,4) olan ABCD karesinin diğer köşe noktaları aşağıdakilerden hangisidir?

A) C(−3,−2) ve D(2,-4)
B) C(−4,−1) ve D(3,-4)
C) C(-3,-4) ve D(5,-4)
D) C(−2,2) ve D(-1,-4)
E) C(3,−2) ve D(5,-4)

6. Koordinat sisteminde A(−4,3) ve B(6,3) noktaları için [AB]'nın orta noktası aşağıdaki sıralı ikililerden hangisidir?

A) (−1,3)
B) (1,3)
C) (0,−2)
D) (0,1)
E) (1,−2)

NOTLAR

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2. KUTUPSAL KOORDİNAT SİSTEMİ

Haritacılıkta dik koordinat sistemi dışında kullanılan diğer bir sistem kutupsal koordinat sistemidir. Dik koordinat sisteminde X ve Y eksenlerine olan dik uzaklıklarla koordinatlar belirlenirken kutupsal koordinat sisteminde açı ve uzaklık değerleri belirlenir.

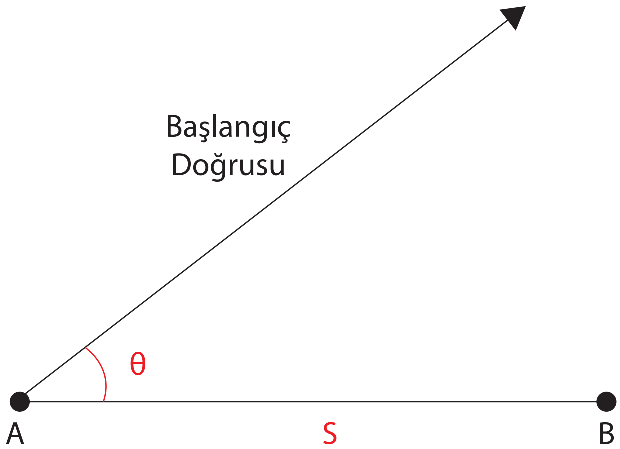
Yeni bir noktanın orijin veya belirlenen bir noktaya olan **uzaklığı (S)** ve başlangıç doğrultusu ile yapmış olduğu saat yönündeki **θ açısı** kutupsal koordinatları oluşturur ve noktanın konumunu belirler.

A: Belirlenen nokta

B: Yeni nokta

S: Arazide ölçülen uzaklık

θ: Başlangıç doğrultusu ile yapmış olduğu açı



Şekil 3.9: Belirli bir noktanın kutupsal koordinat sistemi

2.1. Kutupsal Koordinat Sisteminin Elemanları

2.1.1. İki Nokta Arasındaki Uzaklığın Hesaplanması

Kutupsal koordinat sisteminde iki nokta arasındaki uzaklık noktaları x ve y koordinat değerlerine göre hesaplanır. İki nokta arasındaki uzaklığı hesaplamak için kullanılan formülden yola çıkılarak dikeyde $(x_b – x_a)$ ve yatayda $(y_b – y_a)$ uzaklıkları hesaplanır. Oluşan dik üçgenden Pisagor teoremi ile S uzaklığı bulunur.

$\Delta y = y_b - y_a$

$\Delta x = x_b - x_a$

S = İki nokta arası uzaklık

$$S = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}$$

$$S = \sqrt{(y_b - y_a)^2 + (x_b - x_a)^2}$$

Formülde;

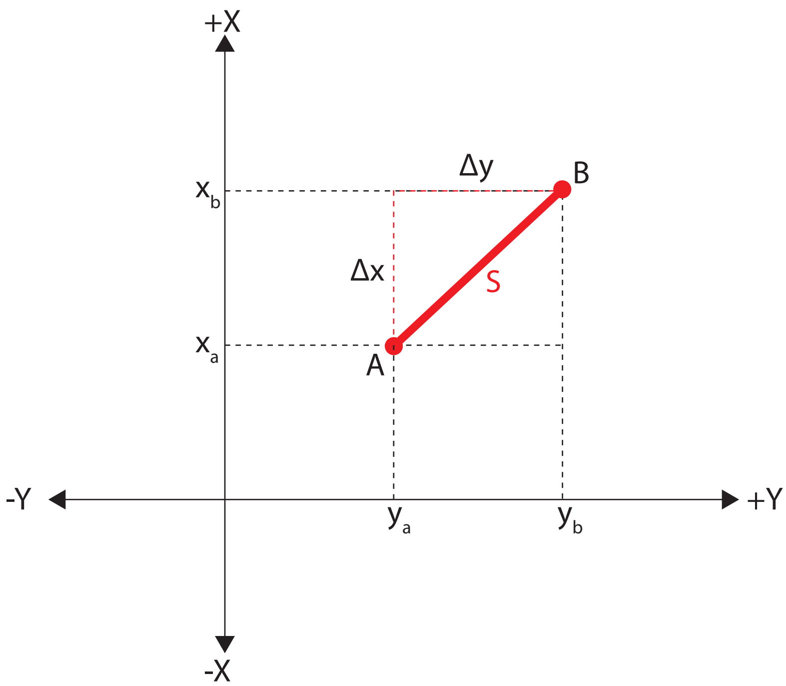
y_b: B noktasının Y koordinatı

y_a: A noktasının Y koordinatı

x_a: A noktasının X koordinatı

x_b: B noktasının X koordinatı

S: İki nokta arasındaki uzaklık



Şekil 3.10: Kuzeye yönlendirilmiş kutupsal koordinat sistemi

Örnek 2.1

A(3,2) ve B(9,10) noktaları arasındaki uzunluğun kaç birim olduğunu bulunuz.

Çözüm 2.1

$S = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}$

$\Delta y = y_b - y_a$
$\Delta y = 9 - 3$
$\Delta y = 6m$

$\Delta x = x_b - x_a$
$\Delta x = 10 - 2$
$\Delta x = 8m$

$S = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}$
$S = \sqrt{(y_b - y_a)^2 + (x_b - x_a)^2}$
$S = \sqrt{(6)^2 + (8)^2}$
$S = \sqrt{100}$
$S = 10$

Örnek 2.2

A noktasının koordinatları y_a=1248,66m, x_a=1012,04m ve B noktasının koordinatları ise y_b=1420,08m, x_b=1024,52m olarak ölçülmüştür. Buna göre A noktası ile B noktası arasındaki uzaklığı hesaplayınız.

Çözüm 2.2

$S = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}$

$\Delta y = y_b - y_a$
$\Delta y = 1420{,}08 - 1248{,}66$
$\Delta y = 171{,}42m$

$\Delta x = x_b - x_a$
$\Delta x = 1024{,}52 - 1012{,}04$
$\Delta x = 12{,}48m$

$S = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}$
$S = \sqrt{(y_b - y_a)^2 + (x_b - x_a)^2}$
$S = \sqrt{(171{,}42)^2 + (12{,}48)^2}$
$S = \sqrt{29540{,}57}$
$S = 171{,}88m$

Örnek 2.3

A noktasının koordinatları y_a=1000m, x_a=2010m ve B noktasının koordinatları ise y_b=1040,80m, x_b=1850,40m olarak ölçülmüştür. Buna göre A noktası ile B noktası arasındaki uzaklığı hesaplayınız.

Çözüm 2.3

$S = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}$

$\Delta y = y_b - y_a$
$\Delta y = 1040{,}80 - 1000{,}00$
$\Delta y = 40{,}8m$

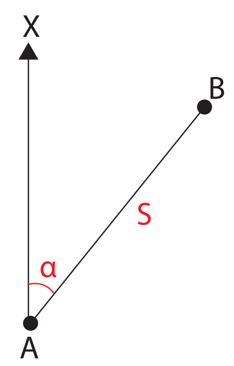
$\Delta x = x_b - x_a$
$\Delta x = 1850{,}40 - 2010{,}00$
$\Delta x = -159{,}6m$

$S = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}$
$S = \sqrt{(y_b - y_a)^2 + (x_b - x_a)^2}$
$S = \sqrt{(40{,}8)^2 + (-159{,}6)^2}$
$S = \sqrt{2713{,}8}$
$S = 164{,}73m$

2.1.2. İki Nokta Arasındaki Semt Açısının Hesaplanması

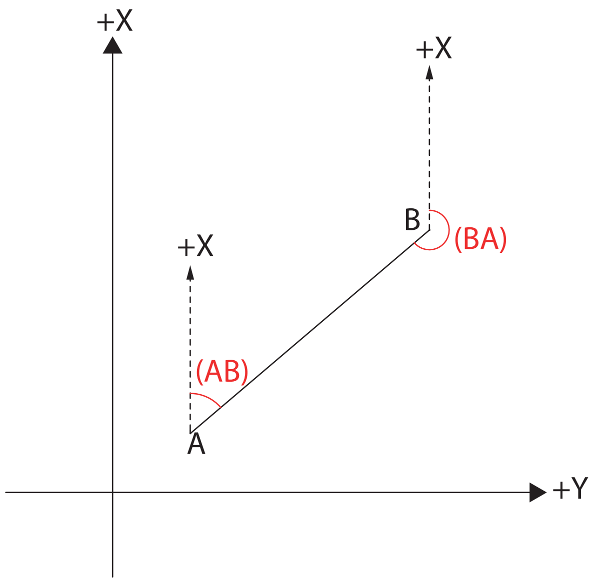
Bir doğrunun kuzey ile yaptığı açıya **semt açısı (açıklık açısı)** denir. Kutupsal koordinat sisteminde kuzeyi gösteren eksen X eksenidir. Yani doğrunun X ekseni ile saat yönünde yapmış olduğu açı bize semt açısını verir. (AB) şeklinde gösterilir.

A: Başlangıç noktası
B: Yeni nokta
S: Arazide ölçülen uzaklık
α: (AB) açıklık açısı



Şekil 3.11: Semt açısının gösterimi

Semt açısı (AB) ve (BA) birbirlerinin 200^g farklısıdır. Bu durumu formülle gösterirsek $(AB)+200^g=(BA)$ veya $(BA)-200^g=(AB)$ olur. Aynı noktalara ait bir semt açısı ile tersi olan bir semt açısı birbirlerine göre 200^g az olabileceği gibi 200^g fazla da olabilir. Bu da $(AB)=(BA)\pm200^g$ formülü ile gösterilir. Semt açısı 0^g ile 400^g arasındadır.



Şekil 3.12: Semt açılarının gösterimi

Örnek 2.4

Şekil 3.12'ye göre semt açısı $81^g,7402$ ise (BA) semt açısını hesaplayınız.

Çözüm 2.4

$(BA) = (AB) + 200^g$

$(BA) = 81^g,7402 + 200^g$

$(BA) = 281^g,7402$

Örnek 2.5

Şekil 3.12'deki gibi bir sistemde (BA) semt açısı $231^g,4715$ olduğuna göre (AB) semt açısını hesaplayınız.

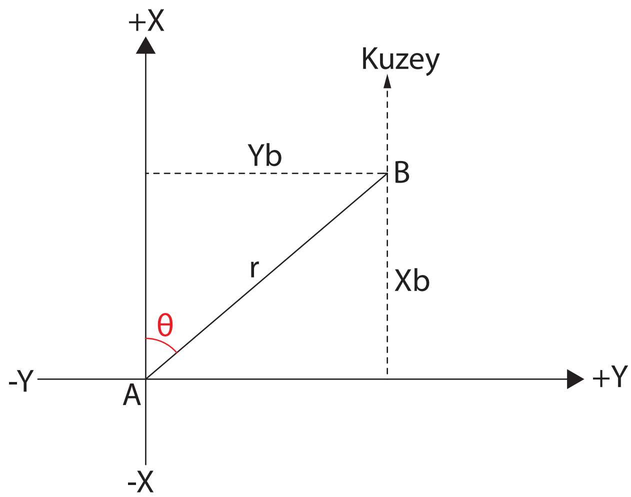
Çözüm 2.5

$(AB) = (BA) - 200^g$

$(AB) = 231^g,4715 - 200^g$

$(AB) = 31^g,4715$

2.1.3. Hesaplanan Uzaklık ve Semt Açısı Yardımıyla Nokta Yeri Belirlemek



Şekil 3.13: Kutupsal koordinat sisteminde uzaklık ve kutup açısının gösterimi

Kutupsal koordinat sisteminde θ kutup açısı ve hesaplanan uzaklık r yarıçap vektörü ile gösterildiğinde:

$$\sin\theta = \frac{Y_B}{r} \qquad Y_B = r \times \sin\theta$$

$$\cos\theta = \frac{X_B}{r} \qquad X_B = r \times \cos\theta$$

eşitlikleri bulunur.

Yukarıdaki eşitliklerde X, Y dik koordinat sisteminin başlangıç noktası A kabul edildiğinden şekildeki AB doğrusunun X ekseni ile yaptığı θ açısı aynı zamanda (AB) semt açısıdır.

Buna göre:

$$Y_B = r \times \sin\theta \qquad Y_B = r \times \sin(AB)$$

$$X_B = r \times \cos\theta \qquad X_B = r \times \cos(AB)$$

şeklinde yazılabilir.

Örnek 2.6

Şekil 3.13'teki gibi θ açısı $74^g,2158$ ve r kutup mesafesi 57,14m olduğuna göre P noktasının dik koordinat sistemindeki yerini hesaplayınız.

Çözüm 2.6

$X_P = r \times \cos\theta$
$X_P = 57{,}14 \times \cos 74{,}2158$
$X_P = 22{,}51m$

$Y_P = r \times \sin\theta$
$Y_P = 57{,}14 \times \sin 74{,}2158$
$Y_P = 52{,}52m$

Örnek 2.7

Şekil 3.13'te A noktasının koordinatları Ya=2158,78m, Xa=1574,36m ve θ=85^g,2144, r=101,53m olarak verildiğine göre B noktasının koordinatlarını hesaplayınız.

Çözüm 2.7

$Xb = Xa + r \times \cos\theta$
$Xb = 1574{,}36 + 101{,}53 \times \cos 85{,}2144$
$Xb = 1597{,}73m$

$Yb = Ya + r \times \sin\theta$
$Yb = 2158{,}78 + 101{,}53 \times \sin 85{,}2144$
$Yb = 2257{,}58m$

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME TESTİ 2

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyunuz ve doğru olduğunu düşündüğünüz şıkkı işaretleyiniz.

1. Koordinat sisteminde A(2,5) noktası ile B(2,−3) noktası arasındaki uzaklık birim cinsinden aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5
B) 6
C) 7
D) 8
E) 10

2.

Nokta No	Y(m)	X(m)
A	1955,22	1500,12
B	1950,00	1495,52

Tabloda verilenlere göre A noktası ile B noktası arasındaki mesafe aşağıdakilerden hangisidir?

A) 16,15m
B) 25,02m
C) 7,08m
D) 7m
E) 6,96m

3.

Nokta No	Y(m)	X(m)
A	2045,10	1900,10
B	2040,20	1895,60

Tabloda verilenlere göre A noktası ile B noktası arasındaki mesafe aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6,65m
B) 6,50m
C) 5,80m
D) 4,60m
E) 4,50m

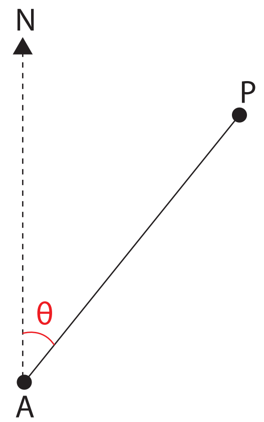
4.

Nokta No	Y(m)	X(m)
E	245,17	372,80
F	386,40	468,55

Tabloda verilen değerlere göre E noktası ile F noktası arasındaki mesafe aşağıdakilerden hangisidir?

A) 165,13m
B) 168,50m
C) 170,63m
D) 174,60m
E) 175,80m

5.

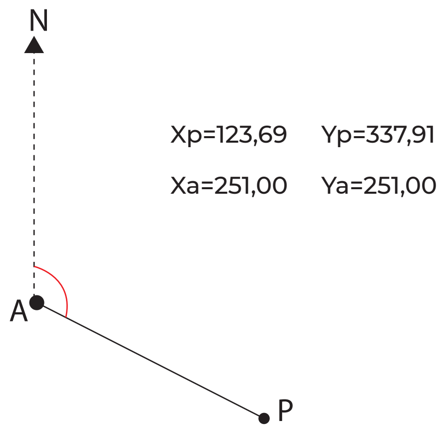


A noktası orijinde olduğuna göre θ açısı $57,6248^g$ ve r kutup mesafesi 121,58m olan P noktasının dik koordinat sistemindeki yeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) Xp=75,08 Yp=95,63
B) Xp=85,08 Yp=95,53
C) Xp=87,82 Yp=96,43
D) Xp=90,43 Yp=97,80
E) Xp=91,23 Yp=98,80

KOORDİNAT SİSTEMLERİ

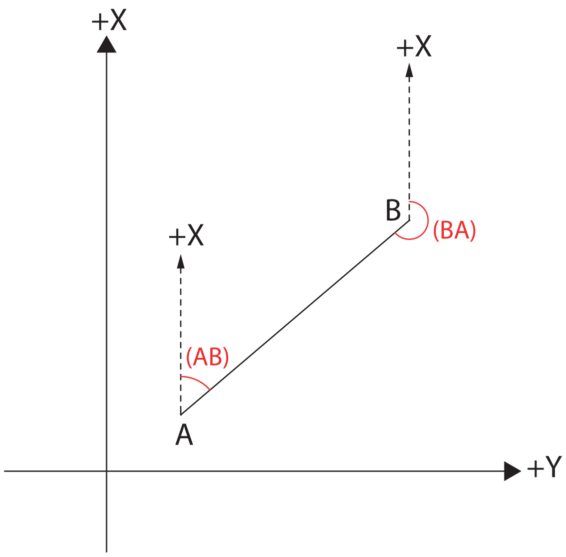
6.



Yukarıda verilen değerlere göre A noktası ile P noktası arasındaki mesafe aşağıdakilerden hangisidir?

A) 152,18m
B) 154,15m
C) 158,76m
D) 164,46m
E) 165,15m

7.



Yukarıdaki şekilde A noktasının (AB) semt açısı bilindiğine göre B noktasının semt açısı hangisidir?

A) (AB) + 150^g = (BA)
B) (AB) + 200^g = (BA)
C) (AB) + 300^g = (BA)
D) (AB) + 180^g = (BA)
E) (AB) + 400^g = (BA)

NOTLAR

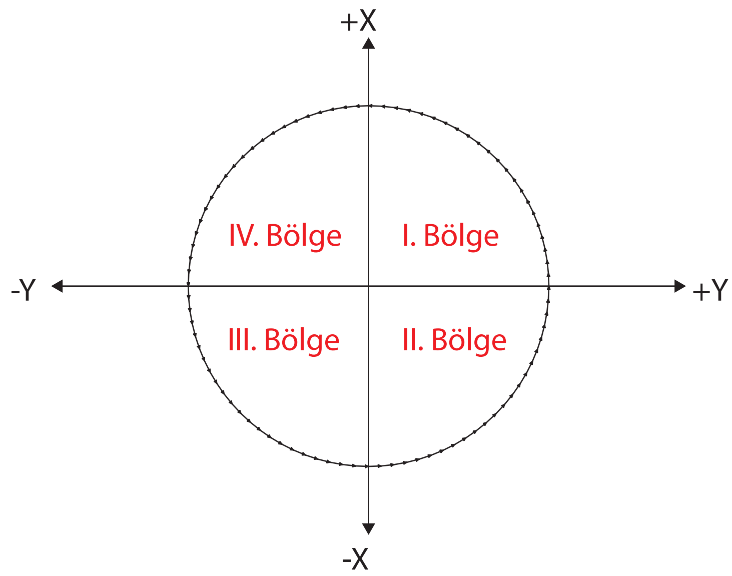
KOORDİNAT SİSTEMLERİ

3. JEODEZİK BİRİM DAİRE

Matematikteki koordinat düzlemi ile haritacılıktaki koordinat düzlemi birbirinden farklıdır. Haritacılıkta kullanılan ölçme aletlerinin temel mantığı açıyı ölçerken saat ibresinin yönünde artacak şekilde ölçüm yapmaktır. Jeodezide X ekseni kuzey-güney doğrultusunda, Y ekseni doğu-batı doğrultusundadır.

Jeodezik birim daire biri yatay eksen olarak adlandırılan Y ekseni –Y, +Y olarak ikiye, düşey eksen olarak adlandırılan X ekseni –X, +X olarak ikiye ayrılır.

Bu bölgelere **I. Bölge, II. Bölge, III.Bölge ve IV. Bölge** isimleri verilir.



Şekil 3.14: Jeodezik birim dairedeki bölgeler

3.1. X ve Y Değerlerinin Jeodezik Birim Dairedeki Bölümlerde Aldığı İşaretler

Açıların başlangıcı her zaman 1. Bölge yani +X ekseninden başlamak suretiyle saat ibresini takip eden yönde ilerler.

1. Bölgede $0^g < \alpha \leq 100^g$

2. Bölgede $100^g < \alpha \leq 200^g$

3. Bölgede $200^g < \alpha \leq 300^g$

4. Bölgede $300^g < \alpha \leq 400^g$

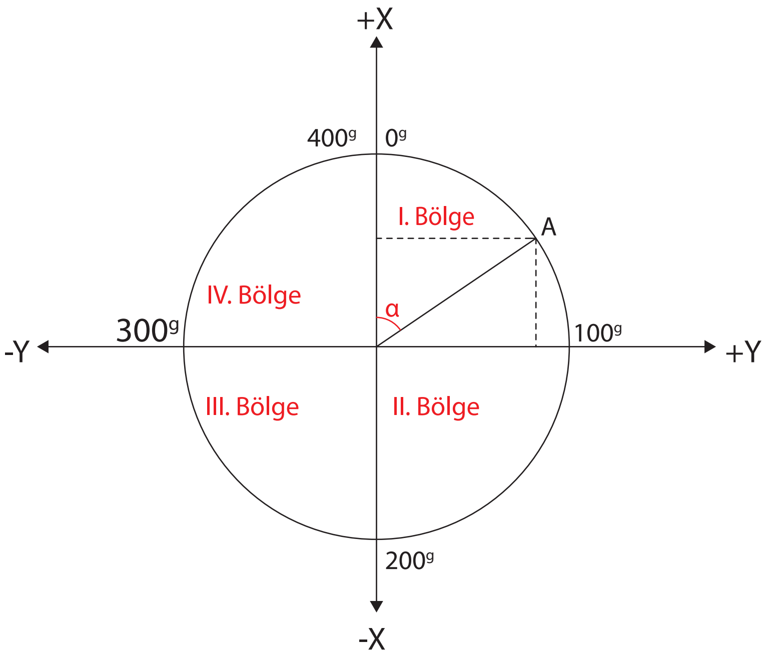
Tablo 3.1: X ve Y Değerlerinin Jeodezik Birim Dairedeki Bölümlerde Aldığı İşaretler

BÖLGELER	I. BÖLGE	II. BÖLGE	III. BÖLGE	IV. BÖLGE
X	+	+	-	-
Y	+	-	-	+

3.2. Jeodezik Birim Dairenin Bölgeleri

- **Semt Açısı 1. Bölgede**

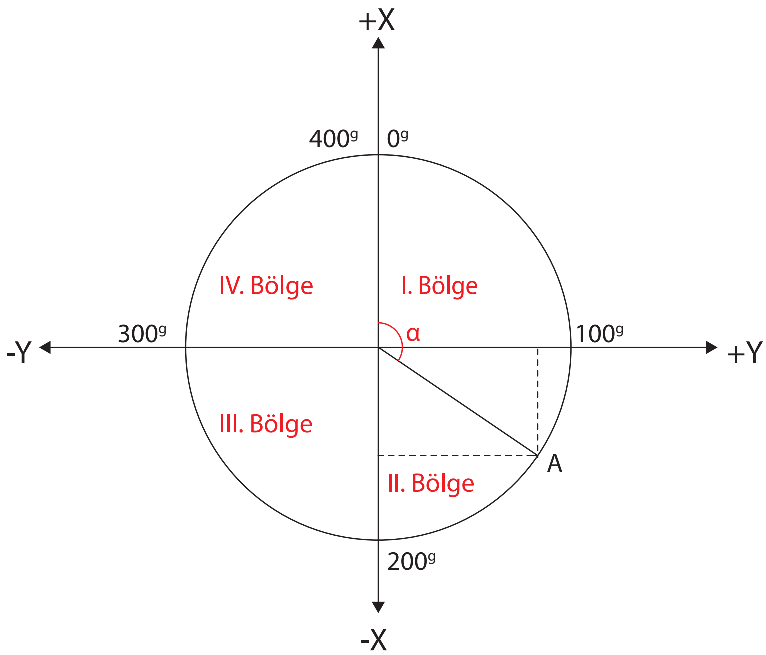
+X eksenini başlangıç kabul ederiz. Açılar ise saat ibresi yönünde artarlar. Açı 1. bölgede α, 0^g < **α** ≤ 100^g arasında olur.



Şekil 3.15: Semt açısı 1. bölgede

- **Semt Açısı 2. Bölgede**

+X eksenini başlangıç kabul ederiz. Açılar ise saat ibresi yönünde artarlar. Açı 2. bölgede α, 100^g < **α** ≤ 200^g arasında olur.

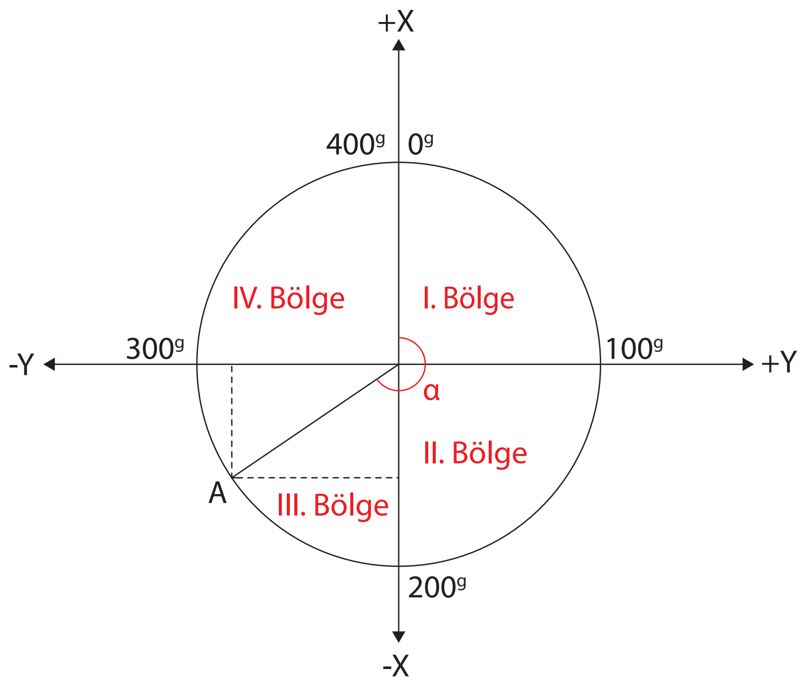


Şekil 3.16: Semt açısı 2. bölgede

KOORDİNAT SİSTEMLERİ

- **Semt Açısı 3. Bölgede**

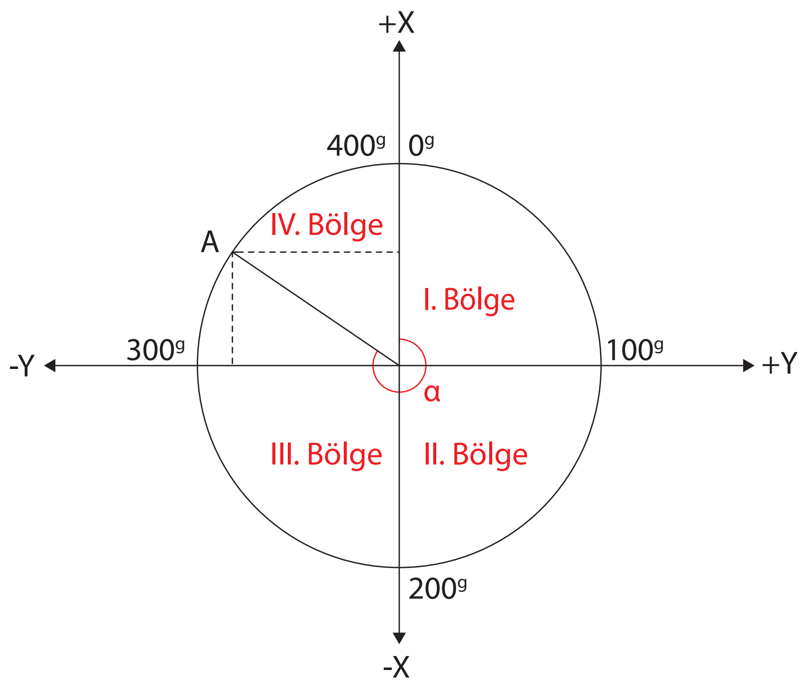
+X eksenini başlangıç kabul ederiz. Açılar ise saat ibresi yönünde artarlar. Açı 3. bölgede α, $200^g < \boldsymbol{\alpha} \leq 300^g$ arasında olur.



Şekil 3.17: Semt açısı 3. bölgede

- **Semt Açısı 4. Bölgede**

+X eksenini başlangıç kabul ederiz. Açılar ise saat ibresi yönünde artarlar. Açı 4. bölgede α, $300^g < \boldsymbol{\alpha} \leq 400^g$ arasında olur.



Şekil 3.18: Semt açısı 4. bölgede

Bütün bölgeler için α açısının 0^g ile 400^g arasında aldığı trigonometrik fonksiyonların değerleri aşağıdaki tablodaki gibidir:

Tablo 3.2: α Açısının 0^g ile 400^g Arasında Aldığı Trigonometrik Fonksiyonların Değerleri

A	sinα	cosα	tanα	cotα
0	0	+1	0	+∞
100	+1	0	+∞	0
200	0	-1	0	-∞
300	-1	0	-∞	0
400	0	+1	0	+∞

3.3. Coğrafi Koordinatlar

Dünya üzerinde bulunan herhangi bir noktanın konumunu belirlemek için dünya üzerindeki çeşitli ülkeler tarafından kullanılan en önemli koordinat sistemlerinden bir tanesi coğrafi koordinatlar sistemidir.

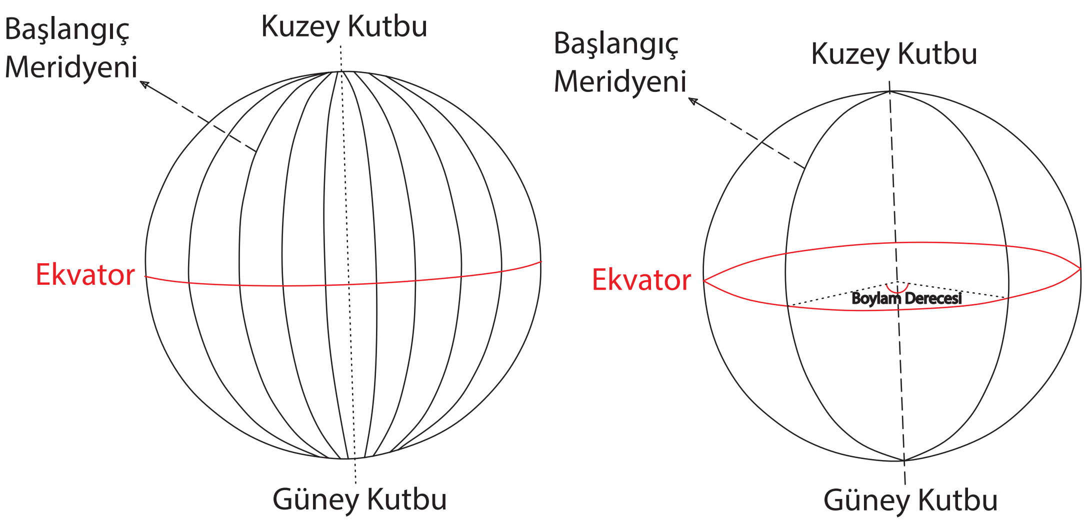
Coğrafi koordinatlar sisteminin temelinde yerkürenin tam merkezini kesen bir eksen vardır. Buna **ekvator** denir.

Ekvator yerküreyi kuzey ve güney yarım küre dairesi olarak ikiye ayırır. Ekvatora paralel olan dairelere **boylam**, ekvatora dik olan dairelere **enlem** denir.

3.3.1. Boylam Değeri (λ)

Ekvatoru dik kesen ve tamamının kutuplarda birleştiği varsayılan yerküreyi merkezden geçen bir düzlemle kesen dairelere **boylam (meridyen) daireleri** denir. Londra'da bulunan Greenwich gözlem evinden geçtiği varsayılan meridyene **başlangıç (sıfır) meridyeni** denir. Meridyenler doğuda 180, batıda 180 olmak üzere toplamda 360 tanedir.

Boylam açısı: Dünya üzerindeki herhangi bir noktanın meridyeninin Greenwich başlangıç meridyenine olan mesafenin açısal değeri **boylam açısı** olarak adlandırılır ve **(λ)** olarak gösterilir.

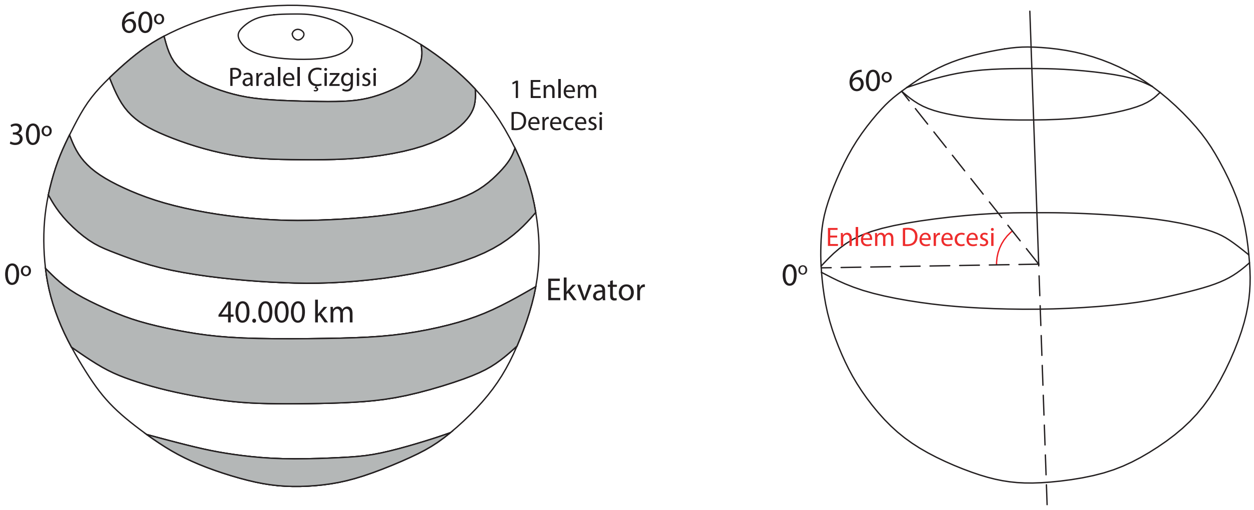


Şekil 3.19: Boylam açısının gösterimi

3.3.2. Enlem Değeri (ω)

Ekvatora paralel dairelere **enlem (paralel) dairesi** denir. Kuzey yarım kürede 90, güney yarım kürede 90 olmak üzere toplamda 180 adet enlem dairesi vardır.

Enlem açısı: Ekvator düzlemi ile yerden dünyanın merkezine olan radyal çizgi arasındaki açı **enlem açısı** olarak adlandırılır ve **(ω)** ile gösterilir.

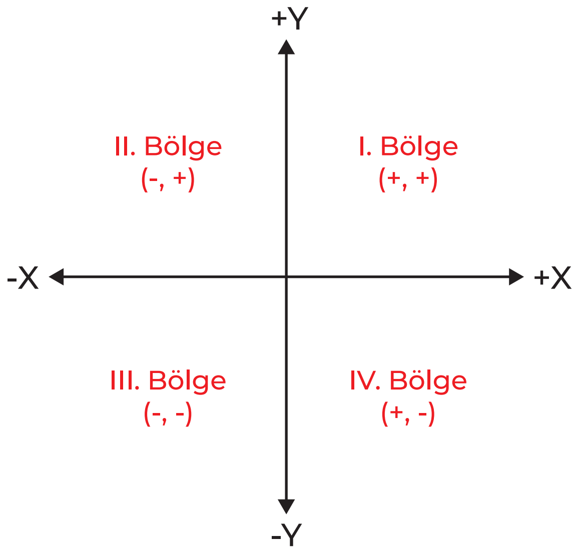


Şekil 3.20: Enlem açısının gösterimi

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME TESTİ 3

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyunuz ve doğru olduğunu düşündüğünüz şıkkı işaretleyiniz.

1.



A(a,-b) noktası III. Bölgede ise B(a,b) noktasının koordinat sistemindeki bölgesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) Orijin
B) I. Bölge
C) II. Bölge
D) III. Bölge
E) IV. Bölge

2. Aşağıda verilen ifadelerden hangisi **yanlıştır**?

A) Enlemler kuzeyde 90 tane ve güneyde 90 tanedir.
B) Boylamlar doğuda 180 tane ve batıda 180 tanedir.
C) Ekvatora paralel dairelere enlem, ekvatora dik olan dairelere ise boylam denir.
D) Londra Greenwich gözlemevinden geçtiği varsayılan meridyene sıfır meridyeni denir.
E) Coğrafi koordinatlar sisteminde dünyanın tam merkezini kesen eksene boylam denir.

3. +X ekseni başlangıç olarak kabul edildiğinde α saat yönüne göre $300^g < \alpha \leq 400^g$ arasında ise bu açının bölgesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) I.
B) II.
C) III.
D) IV.
E) Orijin

4. Yerkürenin tam merkezini kesen eksenin ismi aşağıdakilerden hangisidir?

A) Ekvator
B) Enlem
C) Boylam
D) Derece
E) Meridyen

NOTLAR

NELER ÖĞRENECEKSİNİZ?

- Dik koordinat yöntemini
- Planimetre ile alan hesabını
- Başlangıç ve parsel geçiş noktaları ölçü doğrusu üzerinde olan parselin alan hesabını
- Başlangıç veya parsel geçiş noktalarının biri veya her ikisi de ölçü doğrusu üzerinde olmayan parselin alan hesabını
- Üçgenlerle büyük arazi parçalarının alan hesaplarını
- Alan hesabında hata sınırı aralığını
- Yamuklarla büyük arazi parçalarının alan hesaplarını

ÖĞRENME **BİRİMİ** 4

ALAN HESAPLARI

KONULAR

1 Ölçü Değerlerine Göre Alan Hesapları

2 Koordinat Değerlerine Göre Alan Hesapları

3 Planimetre ile Alan Hesapları

ALAN HESAPLARI

TEMEL KAVRAMLAR

- Planimetre
- Alan

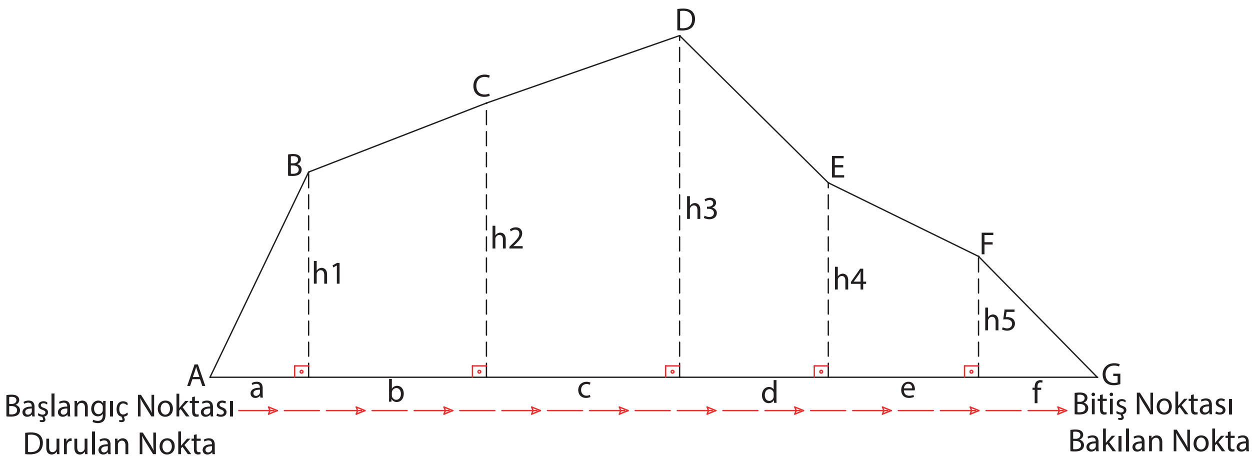
Hazırlık Çalışması

1. Eski zamanlarda köylerde yaşayan insanlar arazilerinin alanını nasıl hesaplamış olabilir? Fikirlerinizi arkadaşlarınız ile paylaşınız.
2. Doğru bir alan hesabının yapılabilmesi için neler yapılabilir? Fikirlerinizi arkadaşlarınız ile paylaşınız.

1. ÖLÇÜ DEĞERLERİNE GÖRE ALAN HESAPLARI

1.1. Dik Koordinat Yöntemi (Thomson Yöntemi)

Dik koordinat (Thomson Yöntemi) yönteminde öncelikle bir doğru belirlenir. Bu doğru başlangıç ve bitiş noktalarından oluşur. Başlangıç noktasına **durulan nokta**, bitiş noktasına **bakılan nokta** denilmektedir. Bu doğrunun başlangıç noktasından bitiş noktasına doğru gidilen mesafeye **dik ayak** (a, b, c, d, e, f), belli bir dik ayak kadar gidildikten sonra dik yönde (90° veya 100^g) dönüldükten sonra gidilen mesafeye **dik boy** (h1, h2, h3, h4, h5) denilmektedir. Bu yöntemdeki alan hesabında dik ayak ve dik boylardan faydalanılmaktadır (Şekil 4.1).



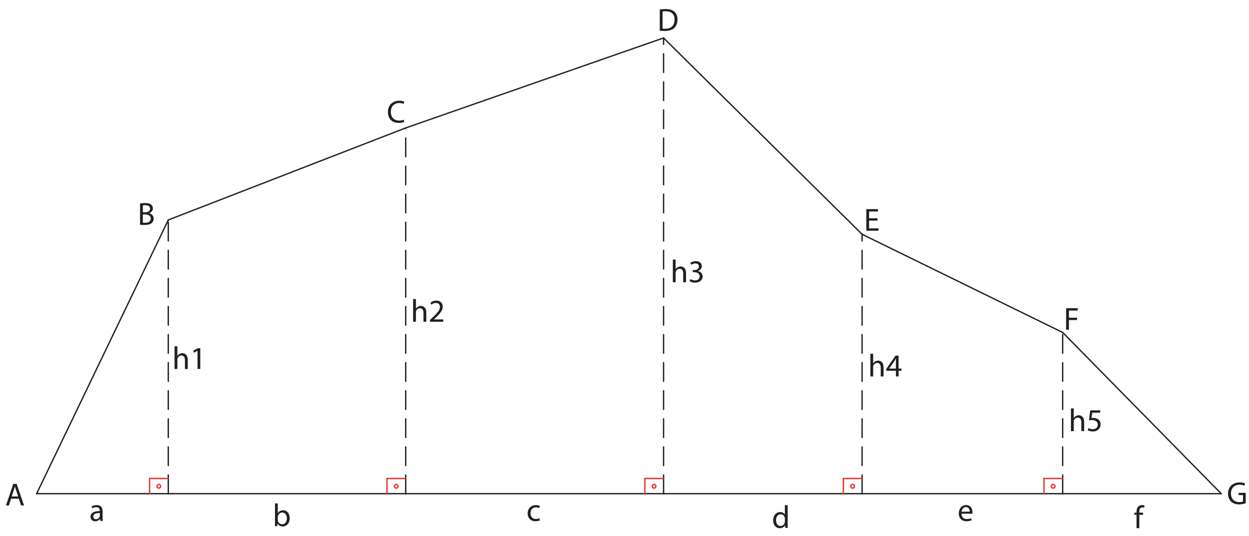
Şekil 4.1: Dik koordinat yönteminin gösterimi

Yukarıdaki şekilde gösterilen başlangıç ve bitiş noktalarından geçen doğrunun durumuna göre iki tür alan hesabı yapılmaktadır.

- Doğru, parsel köşesinden geçiyorsa:

Doğru, parsel köşesinden geçtiğinde alan hesabı aşağıdaki şekilde yapılmaktadır.

$$2F = (a + b) \times h1 + (b + c) \times h2 + (c + d) \times h3 + (d + e) \times h4 + (e + f) \times h5$$

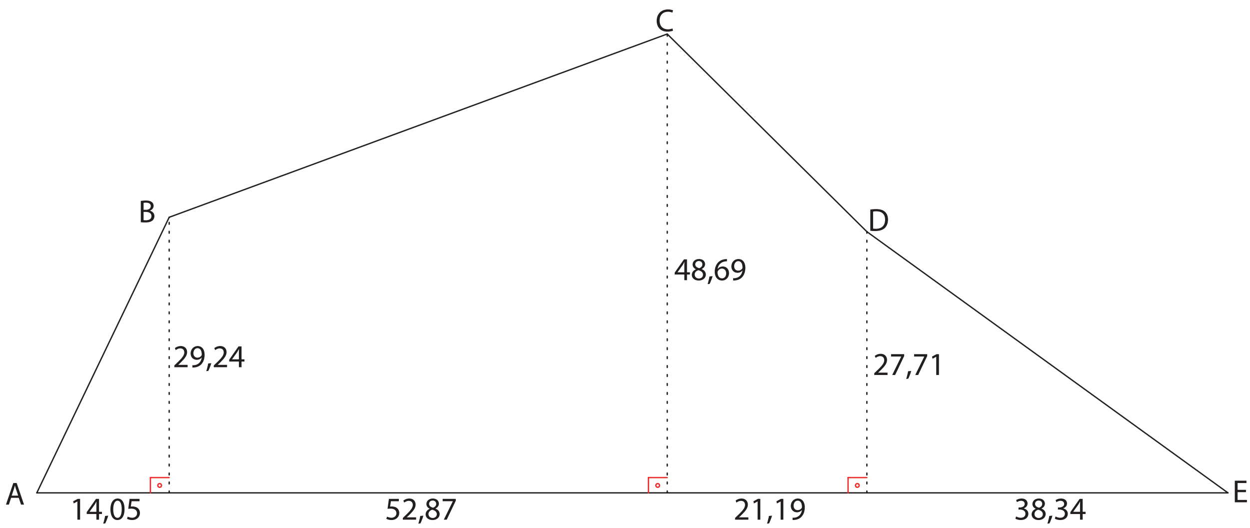


Şekil 4.2: Doğru parsel köşesinden geçtiğinde dik koordinat yönteminin gösterimi

Çözümlü Örnekler

Örnek 1.1

Aşağıda verilen parselde a=14,05m, b=52,87m, c=21,19m, d=38,34m ve h1=29,24m, h2=48,69m, h3=27,71m olarak ölçüldüğüne göre parselin alanını Thomson alan bağıntısı formülünden yararlanarak hesaplayınız.



Çözüm 1.1

$2F = (a + b) \times h1 + (b + c) \times h2 + (c + d) \times h3$

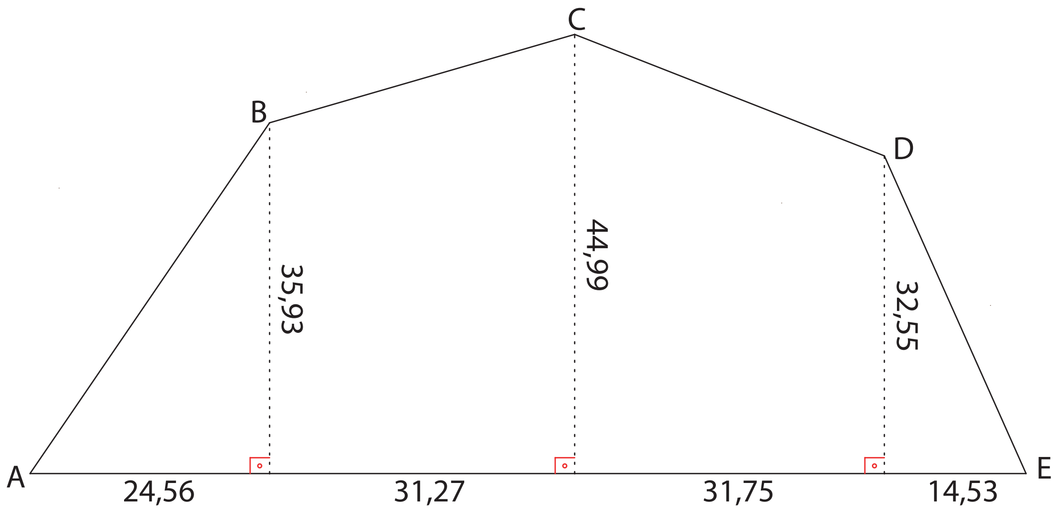
$2F = (14{,}05 + 52{,}87) \times 29{,}24 + (52{,}87 + 21{,}19) \times 48{,}69 + (21{,}19 + 38{,}34) \times 27{,}71$

$2F = 7212{,}298$

$F = 3606{,}15m^2$

Örnek 1.2

Aşağıda verilen parselde a=24,56m, b=31,27m, c=31,75m, d=14,53m ve h1=35,93m, h2=44,99m, h3=32,55m olarak ölçüldüğüne göre parselin alanını Thomson alan bağıntısı formülünden yararlanarak hesaplayınız.



Çözüm 1.2

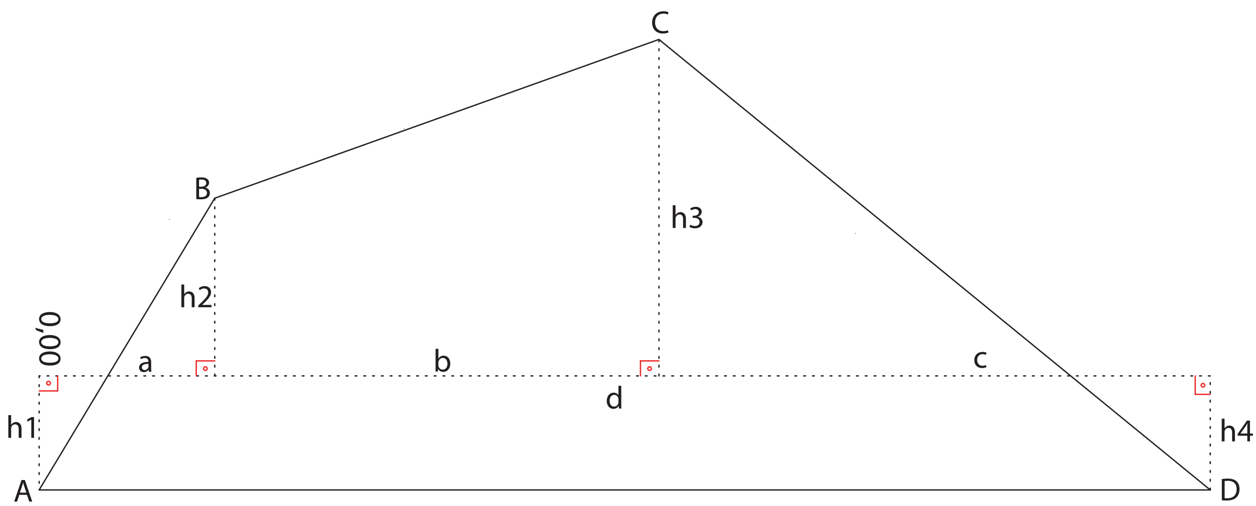
$2F = (a + b) \times h1 + (b + c) \times h2 + (c + d) \times h3$

$2F = (24{,}56 + 31{,}27) \times 35{,}93 + (31{,}27 + 31{,}75) \times 44{,}99 + (31{,}75 + 14{,}53) \times 32{,}55$

$2F = 6347{,}6557$

$F = 3173{,}83 m^2$

- Doğru, parsel köşesinden geçmiyorsa:



Şekil 4.3: Doğru parsel köşesinden geçmediğinde dik koordinat yönteminin gösterimi

Doğru, parsel köşesinden geçmediğinde alan hesabı aşağıdaki şekilde yapılmaktadır.

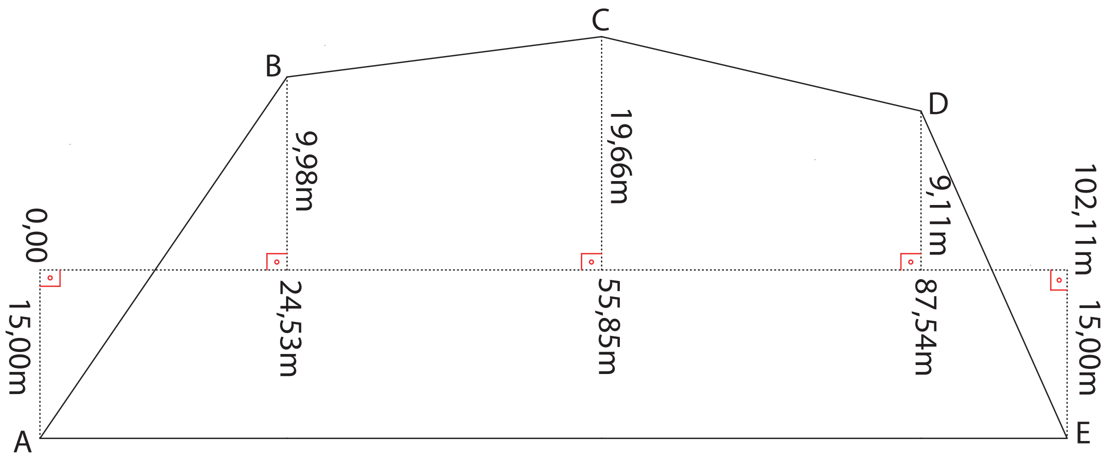
$$2F = a \times (h2 - h1) + b \times (h2 + h3) + c \times (h3 - h4) + d \times (h1 + h4)$$

ALAN HESAPLARI

Çözümlü Örnekler

Örnek 1.3

Aşağıda verilen parselde dik koordinat yöntemiyle ölçülen değerler ile parselin alanını Thomson alan bağıntısı formülünden yararlanarak hesaplayınız.



Çözüm 1.3

$2F = a \times (h2 - h1) + b \times (h2 + h3) + c \times (h3 + h4) + d \times (h4 - h5) + e \times (h1 + h5)$

$2F = 24,53 \times (9,98 - 15) + (55,85 - 24,53) \times (9,98 + 19,66) + (87,54 - 55,85) \times (19,66 + 9,11) +$
$(102,11 - 87,54) \times (9,11 - 15) + 102,11 \times (15 + 15)$

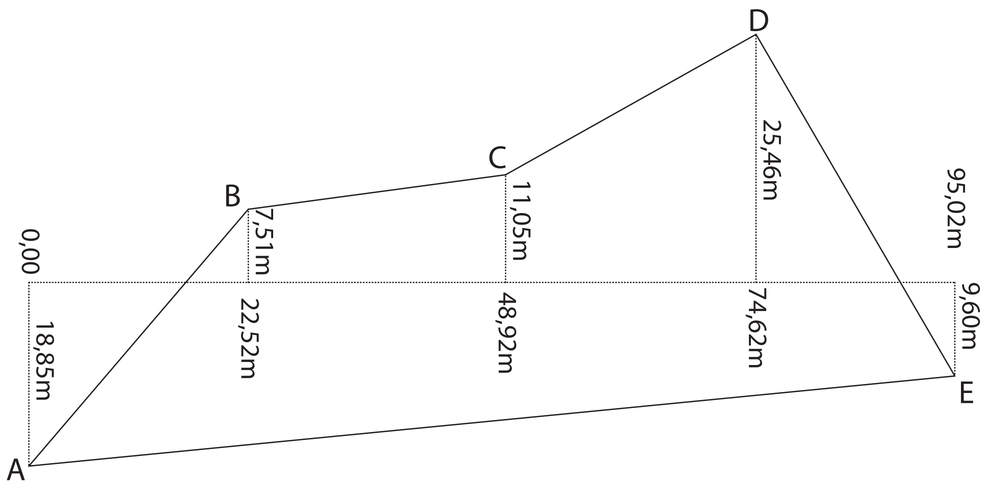
$2F = -123,1406 + 928,3248 + 911,7213 - 85,8173 + 3063,3$

$2F = 4694,3882$

$F = 2347,19m^2$

Örnek 1.4

Aşağıda verilen parselde dik koordinat yöntemiyle ölçülen değerler ile parselin alanını Thomson alan bağıntısı formülünden yararlanarak hesaplayınız.



ALAN HESAPLARI

Çözüm 1.4

$2F = a \times (h2 - h1) + b \times (h2 + h3) + c \times (h3 + h4) + d \times (h4 - h5) + e \times (h1 + h5)$

$2F = 22{,}52 \times (7{,}51 - 18{,}85) + (48{,}92 - 22{,}52) \times (7{,}51 + 11{,}05) + (74{,}62 - 48{,}92) \times (11{,}05 + 25{,}46) +$
$(95{,}02 - 74{,}62) \times (25{,}46 - 9{,}60) + 95{,}02 \times (18{,}85 + 9{,}60)$

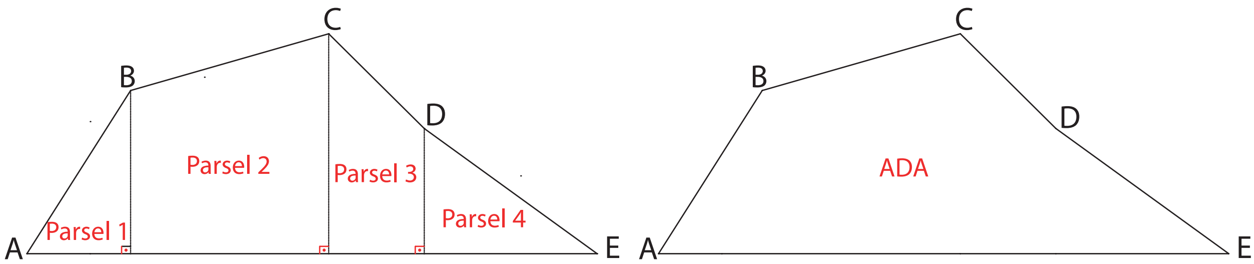
$2F = -255{,}3768 + 489{,}984 + 938{,}307 + 323{,}544 + 2703{,}319$

$2F = 4199{,}7772$

$F = 2099{,}89 m^2$

1.2. Alan Hesabında Hata Sınırı

Bir kadastro adası parsellerden oluşur. Ada bir bütünü, parsel ise adanın parçalarını oluşturmaktadır (Şekil 4.4). Alan hesaplarında hatanın bulunması, hesaplanan parça alanlarının toplanıp bütün alan ile karşılaştırılmasıyla yapılır.



Şekil 4.4: Parsel ve adaların gösterimi

Parsel alanlarının toplamından ada alanı çıkarıldığında hata miktarı bulunmaktadır.

$$Hata\ Miktarı = (Parsel1 + Parsel2 + Parsel3 + Parsel4) - Ada$$

Hata sınırının hesabı aşağıda verilen formül ile bulunmaktadır.

- Yerleşik Alanlarda (köy içi)

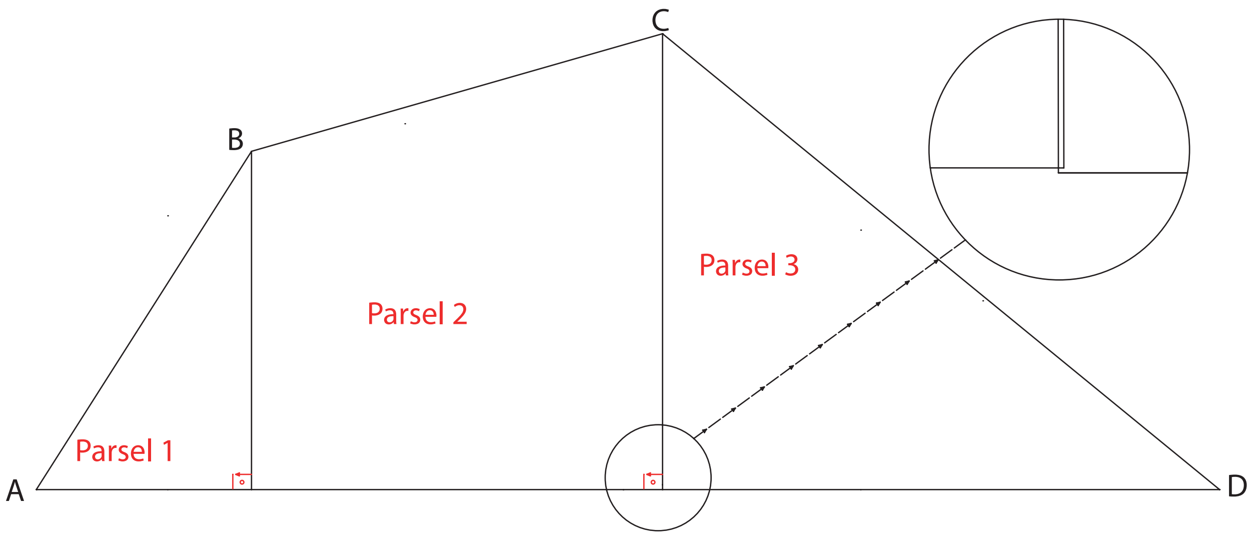
$$Hata\ Sınırı = 0{,}013 \times \sqrt{Ölçek\ Paydası \times Ada\ Alanı} + 0{,}0003 \times Ada\ Alanı$$

- Yerleşim Alanları

$$Hata\ Sınırı = 0{,}0004 \times Ölçek\ Paydası \times \sqrt{Ada\ Alanı} + 0{,}0003 \times Ada\ Alanı$$

Ada alanı m² cinsindendir.

ALAN HESAPLARI



Şekil 4.5: Parsellerin kesişmemesinden kaynaklanan hatanın gösterimi

Çözümlü Örnekler

Örnek 1.5

1/500 ölçekli bir köy içi paftasında hesaplanan alanlar aşağıda verildiğine göre alan hesabının hata miktarını ve hata sınırını hesaplayarak yapılan hesabın doğruluğunu inceleyiniz.

150 Ada=1175,20m²,

150/1=300,50m²,

150/2=233,90m²

150/3=85,60m²

150/4=121,00m²

150/5=289,70m²

150/6=145,90m²

Çözüm 1.5

$$Hata\ Miktarı = (Parsel1 + Parsel2 + Parsel3 + Parsel4) - Ada$$
$$Hata\ Miktarı = (300,50 + 233,90 + 85,60 + 121 + 289,70 + 145,90) - 1175,20$$
$$Hata\ Miktarı = 1,4m^2$$

$$Hata\ Sınırı = 0,013 \times \sqrt{Ölçek\ Paydası \times Ada\ Alanı} + 0,0003 \times Ada\ Alanı$$
$$Hata\ Sınırı = 0,013 \times \sqrt{500 \times 1175,20} + 0,0003x1175,20$$
$$Hata\ Sınırı = 9,97 + 0,35$$
$$Hata\ Sınırı = 10,32m^2$$

Hata miktarı hata sınırından düşük olduğundan dolayı yapılan hesabın hata miktarı, parsel alanlarına büyüklüklerine göre dağıtılarak yapılan hesap kabul edilebilmektedir.

Örnek 1.6

1/5000 ölçekli uçuş paftasında hesaplanan alanlar verildiğine göre alan hesabının hata miktarını ve hata sınırını hesaplayarak yapılan hesabın doğruluğunu inceleyiniz. (Uçuş paftalarıyla bina alanları hesaplanmaz.)

150 Ada=145263,90m²,

150/1=52689,70m²,

150/2=39231,50m²

150/3=900,80m²

150/4=1356,10m²

150/5=40000,30m²

150/6=9020,90m²

Çözüm 1.6

$$Hata\ Miktarı = (Parsel1 + Parsel2 + Parsel3 + Parsel4) - Ada$$
$$Hata\ Miktarı = (52689{,}70 + 39231{,}50 + 900{,}80 + 1356{,}10 + 40000{,}30 + 9020{,}90) - 145263{,}90$$
$$Hata\ Miktarı = -2064{,}6m^2$$

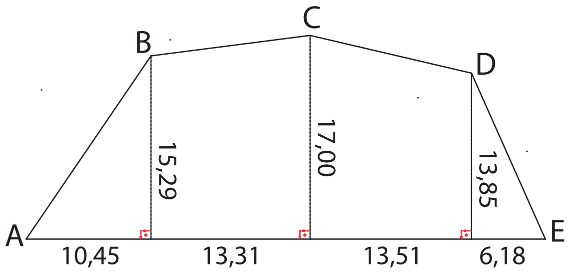
$$Hata\ Sınırı = 0{,}0004 \times Ölçek\ Paydası \times \sqrt{Ada\ Alanı} + 0{,}0003 \times Ada\ Alanı$$
$$Hata\ Sınırı = 0{,}0004 \times 5000 \times \sqrt{145263{,}90} + 0{,}0003 \times 145263{,}90$$
$$Hata\ Sınırı = 805{,}85m^2$$

Hata miktarı hata sınırından büyük olduğundan dolayı çizimin yeniden incelenmesi ve hesabın yeniden yapılması gerekmektedir.

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME TESTİ 1

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyunuz ve doğru olduğunu düşündüğünüz şıkkı işaretleyiniz.

1.



Yukarıdaki parselde a=10,45m, b=13,31m, c=13,51m, d=6,18m ve h1=15,29m, h2=17m, h3=13,85m olarak ölçüldüğüne göre parselin alanı aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

A) 451,56m²
B) 500,50m²
C) 542,05m²
D) 544,05m²
E) 545,97m²

2 ve 3. soruları aşağıdaki yüz ölçümlerine göre çözünüz.

1/1000 ölçekli bir köy içi paftasında hesaplanan alanlar
101 Ada=532,45m²
101/1=85,63m²
101/2=57,32m²
101/3=100,48m²
101/4=120,36m²
101/5=65,00m²
101/6=65,00m²
101/7=40,04m²

2. Alan hesabının hata miktarı aşağıdakilerin hangisidir?

A) 1,06m²
B) 1,38m²
C) 1,48m²
D) 2,28m²
E) 2,55m²

3. Alan hesabının hata sınırı aşağıdakilerin hangisidir?

A) 8,42m²
B) 9,65m²
C) 9,85m²
D) 9,99m²
E) 10m²

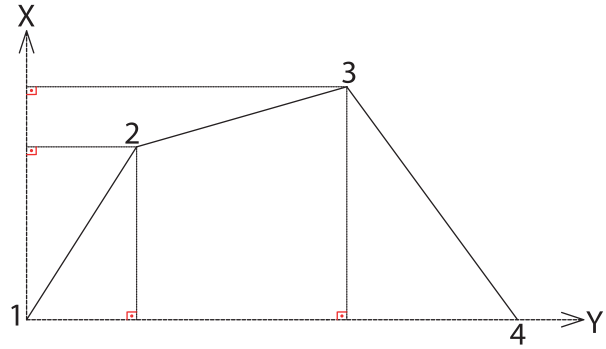
NOTLAR

2. KOORDİNAT DEĞERLERİNE GÖRE ALAN HESAPLARI (GAUSS YÖNTEMİ)

Koordinatlar yardımıyla üçgenler ve yamukların alanları aşağıdaki formüllerden faydalanılarak hesaplanabilmektedir.

2.1. Yamuklarla Alan Hesabı

- Koordinat ekseni parsel köşesinden geçtiğinde:



Şekil 4.6: Yamuk şeklinin koordinat sisteminde gösterimi

Yukarıda verilmiş olan şeklin alan hesaplanması dik koordinat yöntemi ile aşağıdaki şekilde yapıldığında

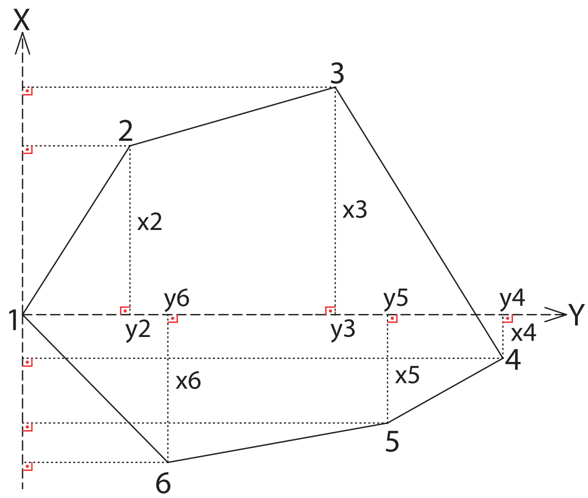
$$2F = (Y2 - Y1) \times (X2) + X1 + (Y3 - Y2) \times (X3 + X2) + (Y4 - Y3) \times (X4 + X3)$$

formülü yazılmaktadır. Yazılan formülde Y ve X koordinatlarının birbirini sırasıyla izlediği görülmektedir. Bu sıraya uygun bir şekilde genel bir formül yazılmak istendiğinde formül aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$2F = \sum((Yn + 1) - Yn) \times ((Xn + 1) + Xn)$$

$\sum$ işareti sağındaki denklemin toplamları anlamına gelmektedir.

- Koordinat ekseni herhangi bir doğru olduğunda:



Şekil 4.7: Herhangi bir doğrudan geçen koordinat sistemindeki yamuğun gösterimi

Koordinat ekseni herhangi bir doğrudan geçiyorsa yamuğun alan hesabı aşağıda verilen formülden faydalanarak bulunmaktadır.

$$2F = (X1 - X2) \times (Y1 + Y2) + (X2 - X3) \times (Y2 + Y3) + (X3 - X4) \times (Y3 + Y4) + (X4 - X5) \times (Y4 + Y5) + (X5 - X6) \times (Y5 + Y6) + (X6 - X1) \times (Y6 + Y1)$$

Yazılan formülde Y ve X koordinatlarının birbirini sırasıyla izlediği görülmektedir. Bu sıraya uygun bir şekilde genel bir formül yazılmak istendiğinde

$$2F = \sum (Xn - (Xn + 1)) \times (Yn + (Yn + 1))$$

yazılabilmektedir.

Yukarıda yazılan bu alan formüllerine **Gauss'un yamuklarla alan hesabı formülleri** denilmektedir.

Örnek 2.1

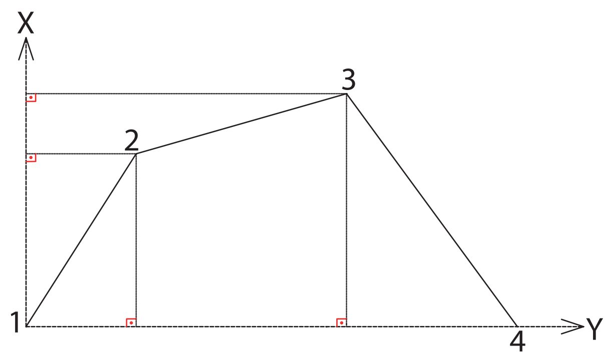
Köşe koordinatları verilmiş olan şeklin alanını hesaplayınız.

X1=0,00m Y1=0,00m

X2=36,13m Y2=23,00m

X3=48,69m Y3=66,93m

X4=0,00m Y4=102,61m



Çözüm 2.1

Koordinat ekseni parsel köşesinden geçtiğinden dolayı

$$2F = \sum (Xn - (Xn + 1)) \times (Yn + (Yn + 1))$$ formülü ile hesap yapılır.

Nokta No	Y	X	Yn + (Yn+1)	Xn - (Xn+1)	(Yn + (Yn+1)) x (Xn - (Xn+1))	
					+	-
1	0,00	0,00				
2	23,00	36,13	23,00	-36,13		-830,83
3	66,93	48,69	89,92	-12,56		-1129,27
4	102,61	0,00	169,54	48,69	8254,22	
1	0,00	0,00	102,61	0,00	0,00	
					2F=6294,11	F=3147,056m²

Örnek 2.2

Köşe koordinatları verilmiş olan şeklin alanını hesaplayınız.

X1=0,00m Y1=0,00m

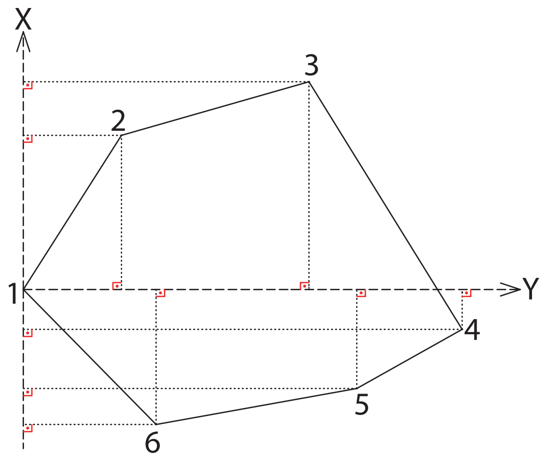
X2=36,13m Y2=23,00m

X3=48,69m Y3=66,93m

X4=-9,34m Y4=102,82m

X5=-23,19m Y5=78,13m

X6=-31,62m Y6=31,11m



Çözüm 2.2

Koordinat ekseni herhangi bir doğru olmasından dolayı

$$2F = \sum (Xn - (Xn + 1)) \times (Yn + (Yn + 1))$$

formülü ile hesap yapılır.

Nokta No	Y	X	Yn + (Yn+1)	Xn - (Xn+1)	(Yn + (Yn+1)) x (Xn - (Xn+1))	
					+	-
1	0,00	0,00				
2	23,00	36,13	23,00	-36,13		-830,83
3	66,93	48,69	89,92	-12,56		-1129,27
4	102,82	-9,34	169,75	58,02	9849,30	
5	78,13	-23,19	180,95	13,85	2506,83	
6	31,11	-31,62	109,24	8,43	921,05	
1	0,00	0,00	31,11	-31,62		-983,70
					2F=10333,37	F=5166,69m²

$$2F = \sum ((Yn + 1) - Yn) \times ((Xn + 1) + Xn)$$

formülü ile hesaplanıldığında da aynı sonuç bulunur.

Nokta No	Y	X	(Yn+1) - Yn	(Xn+1) + Xn	((Yn+1) - Yn) x ((Xn+1) + Xn)	
					+	-
1	0,00	0,00				
2	23,00	36,13	23,00	36,13	830,83	
3	66,93	48,69	43,93	84,81	3725,83	
4	102,82	-9,34	35,90	39,35	1412,48	
5	78,13	-23,19	-24,69	-32,53	803,15	
6	31,11	-31,62	-47,02	-54,81	2577,38	
1	0,00	0,00	31,11	-31,62	983,70	
					2F=10333,37	F=5166,69m²

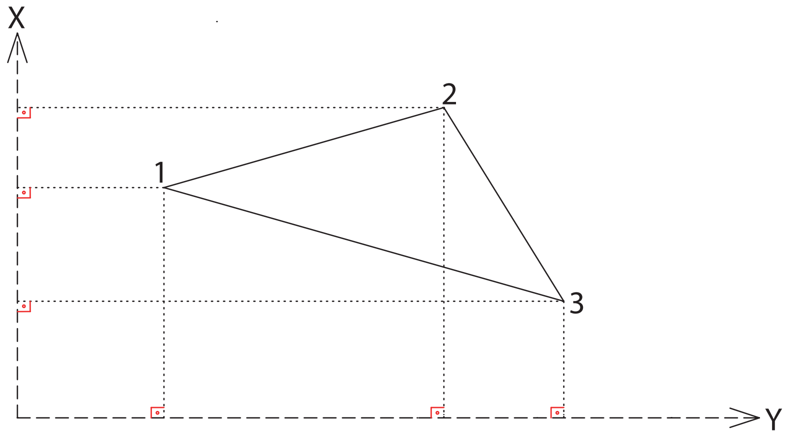
Örnek 2.3

Köşe koordinatları verilmiş olan şeklin alanını hesaplayınız.

X1=30,76m Y1=15,40m

X2=46,03m Y2=58,57m

X3=17,23m Y3=88,10m



Çözüm 2.3

$$2F = \sum (Xn - (Xn + 1)) \times (Yn + (Yn + 1))$$

formülü kullanıldığında sonuç tablodaki gibi hesaplanır.

Nokta No	Y	X	Yn + (Yn+1)	Xn - (Xn+1)	(Yn + (Yn+1)) x (Xn - (Xn+1))	
					+	-
1	15,40	30,76				
2	58,57	46,03	73,97	-15,27		-1129,52
3	88,10	17,23	146,67	28,80	4224,10	
1	15,40	30,76	103,50	-13,53		-1400,36
					2F=1694,22	F=847,11m²

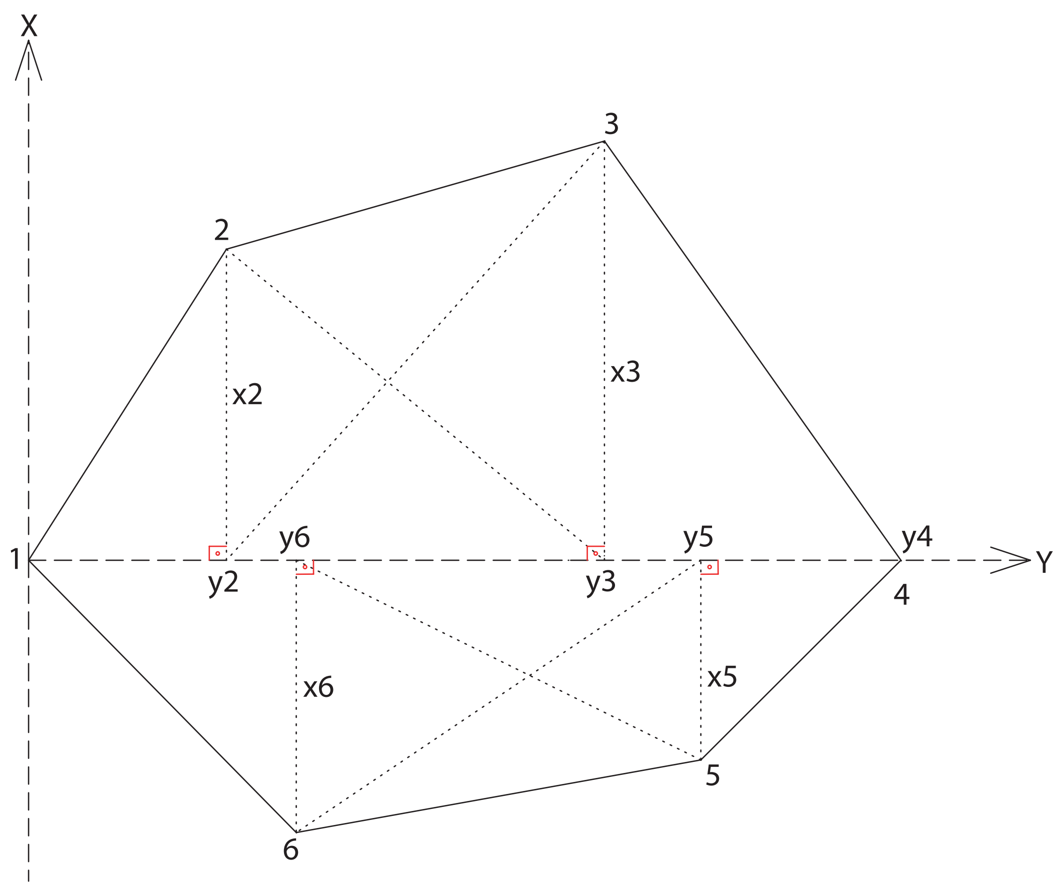
$$2F = \sum((Yn + 1) - Yn) \times ((Xn + 1) + Xn)$$

formülü ile hesaplanıldığında da aynı sonuç bulunur.

Nokta No	Y	X	(Yn+1) - Yn	(Xn+1) + Xn	((Yn+1) - Yn) x ((Xn+1) + Xn)	
					+	-
1	15,40	30,76				
2	58,57	46,03	43,17	76,79	3315,02	
3	88,10	17,23	29,53	63,26	1868,07	
1	15,40	30,76	-72,70	47,99		-3488,87
					2F=1694,22	F=847,11m²

2.2. Üçgenlerle Alan Hesabı

Koordinatları verilmiş olan şeklin alan hesabını üçgen parçalarına ayırarak yapmak alan hesaplamasını kolaylaştırmaktadır. Bir şeklin üçgenlere ayrılarak alanının hesaplanması aşağıdaki şekilde yapılmaktadır.



Şekil 4.8: Şeklin üçgen parçalarına ayrılması

ALAN HESAPLARI

$$2F = (Y3 - Y1) \times X2 + (Y4 - Y2) \times X3 + (Y6 - Y4) \times X5 + (Y1 - Y5) \times X6$$

Yazılan formülde 1. ve 4. noktaların X değerleri 0 olduğundan ve bu yüzden formüle bir etkisinin olmayacağından gösterilmemiştir. Bu formüle göre Y ve X koordinatlarının birbirini sırasıyla izlediği görülmektedir. Bu sıraya uygun bir şekilde genel bir formül yazılmak istendiğinde

$$2F = \sum((Yn + 1) - (Yn - 1)) \times Xn$$

formülü elde edilmektedir. Ölçü doğrusu Y ekseni yerine X doğrusu olarak alındığında yukarıdaki formüldeki Y'ler ve X'ler yer değiştirir ve

$$2F = \sum((Xn + 1) - (Xn - 1)) \times Yn$$

formülü elde edilir. Bu formülde sonuç "-" işaretli çıkacağından alan sonucunun "-" işaretli olamayacağı için parantez içerisindeki X'lerin yerleri değiştirilirse sonuç "+" işaretli olur. Yapılan bu işlemler sonucunda kesin formül

$$2F = \sum((Xn - 1) - (Xn + 1)) \times Yn$$

olarak elde edilir.

Örnek 2.4

Köşe koordinatları verilmiş olan şeklin alanını

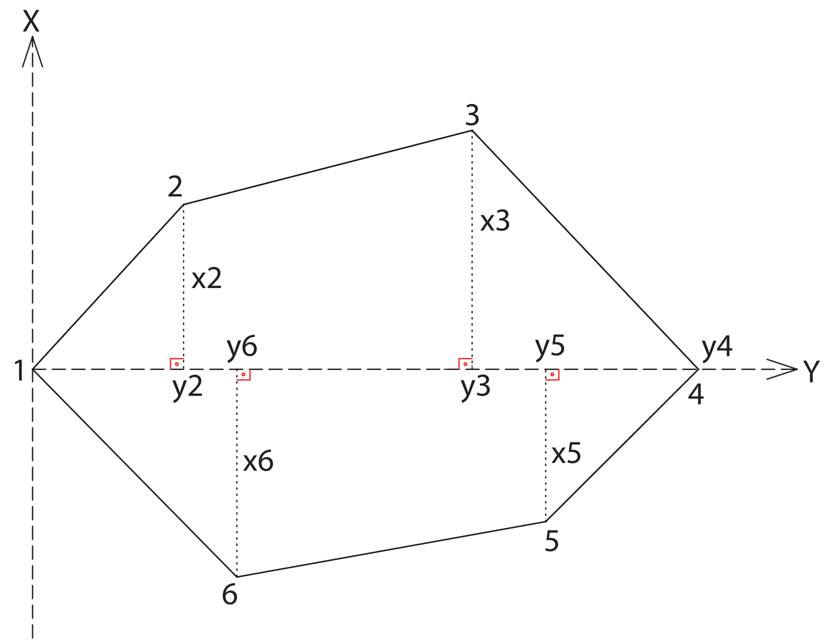
$$2F = \sum((Yn + 1) - (Yn - 1)) \times Xn$$

ve

$$2F = \sum((Xn - 1) - (Xn + 1)) \times Yn$$

formüllerini kullanarak hesaplayınız.

X1=0,00m	Y1=0,00m
X2=25,08m	Y2=23,00m
X3=36,37m	Y3=66,93m
X4=0,00m	Y4=101,38m
X5=-23,19m	Y5=78,13m
X6=-31,62m	Y6=31,11m



Çözüm 2.4

Nokta No	Koordinatlar		Farklar		(Yn+1)-(Yn-1)xXn		(Xn-1)-(Xn+1)xYn	
	Y	X	(Yn+1)-(Yn-1)	(Xn-1)-(Xn+1)	+	-	+	-
1	0	0						
2	23	25,08	66,93	-36,37	1678,60			-836,51
3	66,93	36,37	78,38	25,08	2850,68		1678,60	
4	101,38	0	11,2	59,56	0,00		6038,19	
5	78,13	-23,19	-70,27	31,62	1629,56		2470,47	
6	31,11	-31,62	-78,13	-23,19	2470,47			-721,44
1	0	0	-8,11	-56,7	0,00			
2	23	25,08						
Toplamlar			0	0	8629,32		8629,32	

2F=8629,31

Alan=F=4314,655m²

Örnek 2.5

Köşe koordinatları verilmiş olan şeklin alanını

$$2F = \sum((Yn + 1) - (Yn - 1)) \times Xn$$

ve

$$2F = \sum((Xn - 1) - (Xn + 1)) \times Yn$$

formüllerini kullanarak hesaplayınız.

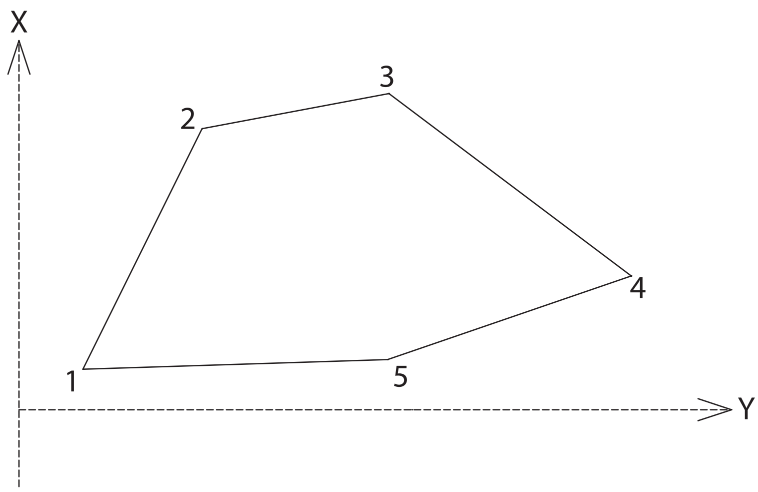
X1=7,68m Y1=8,60m

X2=41,30m Y2=22,04m

X3=45,31m Y3=41,92m

X4=22,96m Y4=81,20m

X5=9,55m Y5=47,84m



Çözüm 2.5

Nokta No	Koordinatlar		Farklar		(Yn+1)-(Yn-1)xXn		(Xn-1)-(Xn+1)xYn	
	Y	X	(Yn+1)-(Yn-1)	(Xn-1)-(Xn+1)	+	-	+	-
1	8,6	7,68						
2	22,04	41,3	33,32	-37,63	1376,12			-829,37
3	41,92	45,31	59,16	18,34	2680,54		768,81	
4	81,2	22,96	5,92	35,76	135,92		2903,71	
5	47,84	9,55	-72,6	15,28		-693,33	731,00	
1	8,6	7,68	-25,8	-31,75		-198,14		-273,05
2	22,04	41,3						
Toplamlar			0	0	3301,10		3301,10	

2F=3301,10

Alan=F=1650,55m^2

Uygulama

Bu öğrenme birimindeki tablo ile çözülmüş örnekleri, excel ortamında formüllendirerek hesaplayınız.

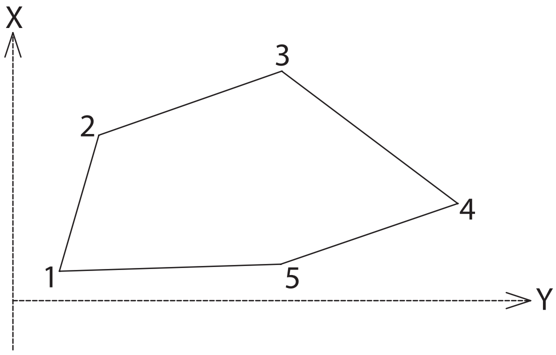
İzlemek için kodu tarayın.

http://kitap.eba.gov.tr/KodSor.php?KOD=21459

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME TESTİ 2

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyunuz ve doğru olduğunu düşündüğünüz şıkkı işaretleyiniz.

1.



X1=7,68m Y1=8,60m

X2=31,28m Y2=16,25m

X3=43,39m Y3=50,83m

X4=18,36m Y4=84,12m

X5=6,89m Y5=50,64m

Yukarıda koordinatları verilmiş olan şeklin alanı m^2 cinsinden aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1444,56

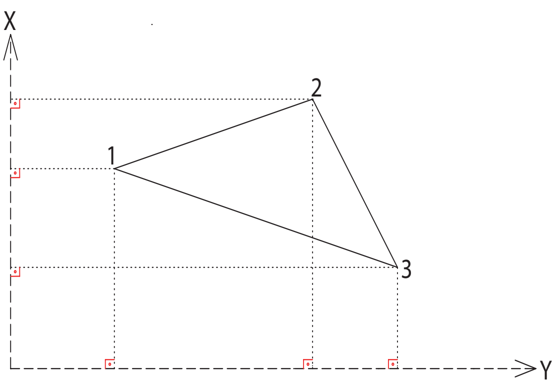
B) 1738,95

C) 1776,32

D) 1787,18

E) 1788,36

2.



X1=65,88m Y1=57,94m

X2=89,40m Y2=124,72m

X3=30,35m Y3=138,28m

Yukarıda koordinatları verilmiş olan şeklin alanı m^2 cinsinden aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2131,07

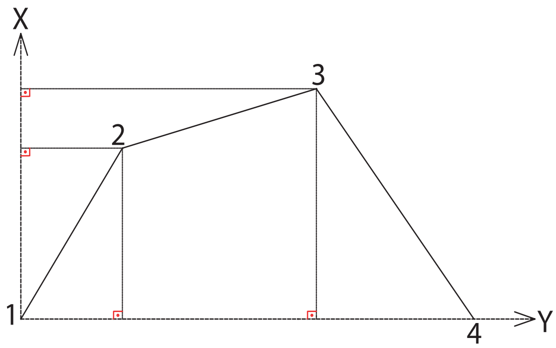
B) 2240,28

C) 1963,12

D) 2000,09

E) 2221,56

3.



X1=0,00m Y1=0,00m

X2=19,50m Y2=11,57m

X3=26,37m Y3=37,38m

X4=0,00m Y4=49,00m

Yukarıda koordinatları verilmiş olan şeklin alanı m^2 cinsinden aşağıdakilerden hangisidir?

A) 450,15

B) 540,21

C) 650,56

D) 858,04

E) 902,21

ALAN HESAPLARI

3. PLANİMETRE İLE ALAN HESABI

Düzgün bir geometrisi olmayan şekillerin formüllerle hesaplanması çok zordur. Hesaplayabilmek için uzun matematiksel işlemler ve uzun zaman gerekmektedir. Planimetreler ile düzgün geometrisi olmayan şekillerin hesabı yapılabilmektedir.

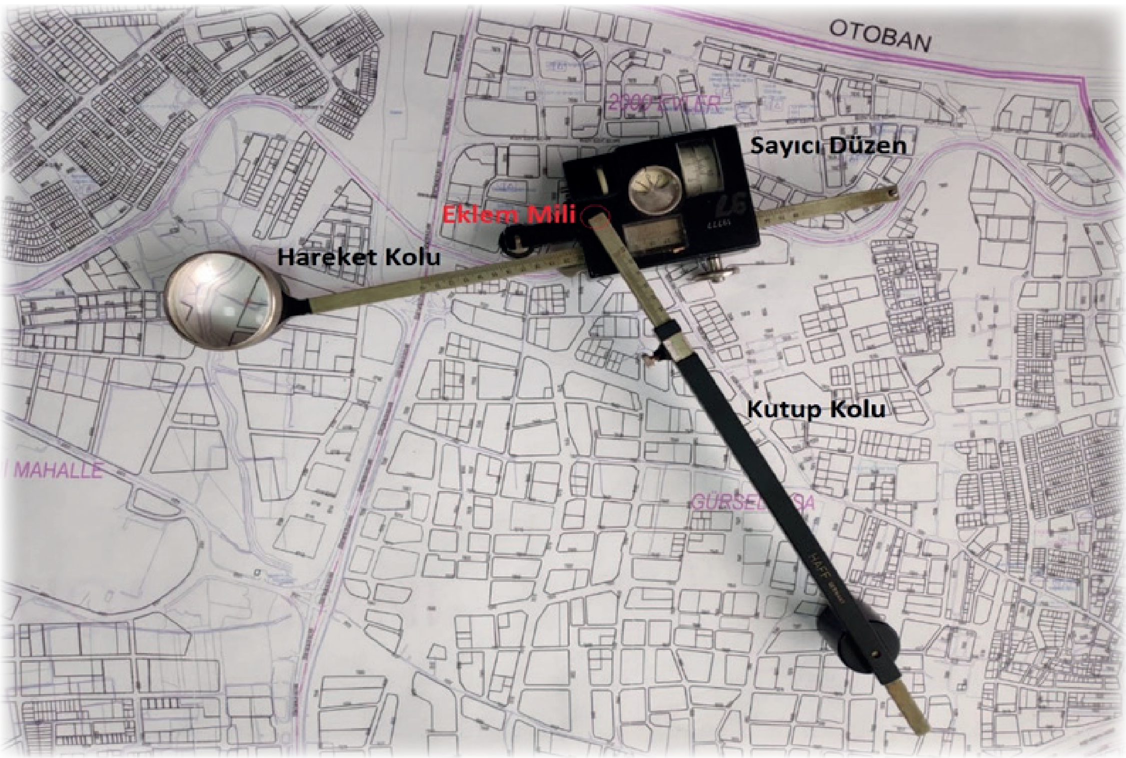
Gerçek arazi üzerinde bulunan parsellerin şekilleri arazi şartlarından dolayı çok farklı geometriye sahiptir. Bu parsellerin alan hesaplama işlemlerinde genellikle planimetre kullanılmaktadır. Planimetre, kâğıt üzerinde bulunan harita ve planlardaki ada ve parsellerin alanlarının hesaplanmasında kullanılmaktadır.

Günümüzde harita ve planlar bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Bütün çizimler bilgisayar ortamında yapılmaktadır. Alan hesapları da bilgisayar ortamında alanı hesaplanacak parselin gösterilmesiyle direk elde edilebilmektedir. Kâğıt üzerinde bulunan ölçeği belli olan harita ve planlardaki parsellerin sınırlarından planimetre ile geçilerek alan hesaplaması yapılır. Planimetre günümüzde bilgisayar ortamına geçilmesinden dolayı kullanılmasa da eski harita ve planların yüz ölçüm hesaplarının planimetre ile yapılmasından dolayı oluşmuş hataların giderilmesi ve eski yapılan planimetre hesaplarının incelenebilmesi için planimetrenin bilinmesi ve planimetre ile alan hesabının mantığının anlaşılması gerekmektedir.

Planimetrelerde genellikle kutupsal ve elektronik planimetreler kullanılmaktadır.

- Kutupsal Planimetreler ve Çalışma Sistemi

Kutupsal planimetreler mekanik olarak çalışır. **Hareket kolu** ve **kutup kolu** olmak üzere eklem yerinden birbirleri ile ayrılıp birleşebilen iki parçadan oluşur (Görsel 4.1).



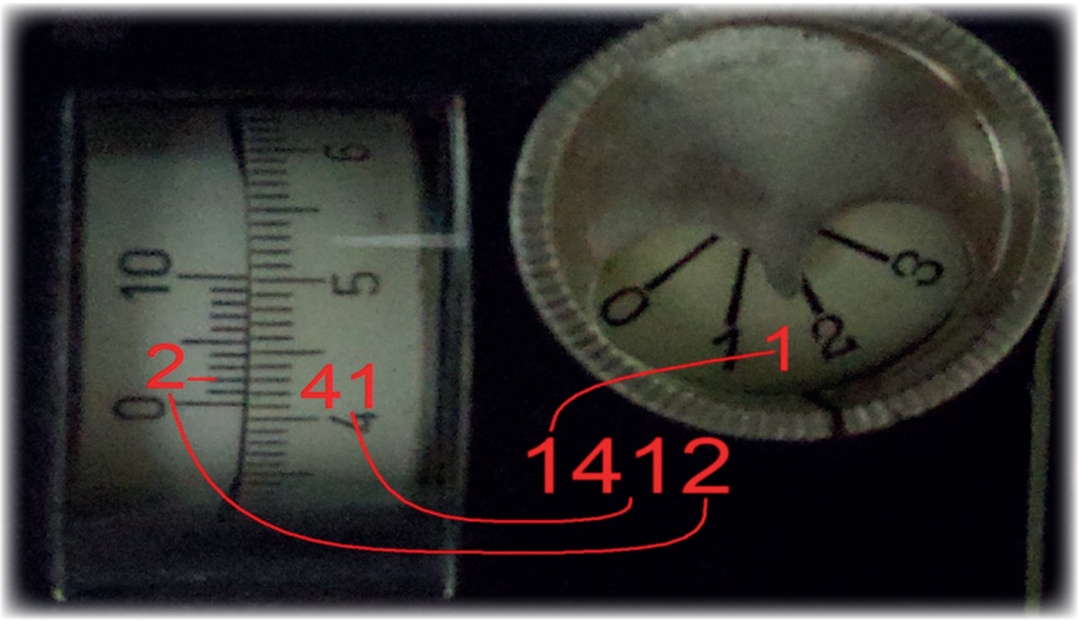
Görsel 4.1: Kutupsal planimetre parçaları

Görsel 4.2: Kutupsal planimetredeki sayıcı düzenin kısımları

Her planimetrenin belirli ölçeklere göre kendisine ait hareket kolu ve (q) değerleri vardır. Hareket kolundaki değer değiştirildiğinde alan sonucu değişmektedir. Bu yüzden hareket kolundaki değerin doğru girilmesi gerekmektedir.

Planimetrelerdeki sayıcı düzen, hareket kolu ile birbirine bağlıdır. Alan ile ilgili sonuçlar sayıcı düzenden öğrenilmektedir (Görsel 4.2).

Sayıcı düzendeki değerin okunmasında ilk önce sayıcı tablasındaki değer sonra tanburadan okunan değer daha sonrada verniyerden okunan değer alınarak okuma yapılır. Verniyer okumasında verniyerdeki çizgiler ile tanburadaki çizgilerin kesiştiği yerden okuma yapılır (Görsel 4.3).



Görsel 4.3: Kutupsal planimetrede okuma

ALAN HESAPLARI

- Elektronik Planimetreler ve Çalışma Sistemi

Elektronik planimetreler elektrik ile çalışmakta olup göstergeleri elektronik ekrandadır. Değerler elektronik planimetrenin hafızasına kaydedilmektedir.

Görsel 4.4: Elektronik planimetre

3.1. Planimetre ile Alan Ölçümünde Dikkat Edilecek Hususlar

1. Alanı ölçülecek planın zemine sabitlenmesi gerekmektedir. Zeminde sabit olmayan planın hareket etmesinden dolayı alan ölçümü hatalı çıkabilmektedir.

2. Planimetrenin hareket kol değeri varsa kutusunda yazan değer yardımıyla yoksa hesaplanarak planın ölçeğine göre ayarlanmalıdır.

3. Planimetrenin hareket kolu ve kutup kolunun eklem yerinden tam olarak birleşip birleşmediği kontrol edilir.

4. Parselin etrafında gezinerek alan ölçümü yapılmadan önce kabaca hareket kolunu parselin etrafında gezdirerek hareket kolunun parselin çevresine yetişip yetişmediği kontrol edilir.

5. Alanı ölçülecek parselde bir başlangıç noktası belirlenir ve hareket ucu parselin köşesine getirilir. Hareket ucu parselin köşesine getirildiğinde planimetre hiç hareket ettirilmeden sayıcı düzeninden alan okuması yapılır. Eğer planimetrede sıfırlama tuşu var ise hassas bir şekilde tuşa basılarak sayıcı düzeni sıfırlanır.

6. Planimetrenin hareket ucu, belirlenen başlangıç noktasından saat yönünde hareket ettirilerek parselin sınırları üzerinde dikkatlice gezdirilir.

7 Hareket ucu gezdirilirken başlangıç noktasına gelindiğinde birinci okuma yapılır. Okuma yapıldıktan sonra tekrar hareket ucu gezdirilerek başlangıç noktasına gelindiğinde ikinci ve üçüncü okumalar yapılır. Okuma yapılırken sayıcı tablasının devrederek geri başa dönüp dönmediği kontrol edilir (800, 1800, 2800 gibi).

8 Okumaların birbirinden farkı alınarak (n1, n2, n3) değerleri hesaplanır.

9 Değerlerin (n1, n2, n3) aritmetik ortalaması alınarak tek "n" değeri bulunur.

10 Planimetre ile alan hesaplamasında F = n x q formülü kullanılır. (q) yerine planimetrenin kutusunda bulunan cetvelinden ölçeğe göre belirli olan verniyer birim alan değeri alınır.

Görsel 4.5: Planimetre kutusunda verilen değerler

İzlemek için kodu tarayın.

http://kitap.eba.gov.tr/KodSor.php?KOD=21461

Örnek 3.1

1/1000 ölçekli bir planda, planimetre ile yapılan bir alan ölçümü işlemi sonucunda elde edilen okuma değerleri yandaki tabloda verilmiştir. Verniyer birim alan değeri q=6,4mm² olduğuna göre bu planın arazideki alan değerini hesaplayınız.

Başlangıç okuması	1254
1. okuma	2053
2. okuma	2853
3. okuma	3655

Çözüm 3.1

$n1 = (1.\,okuma - Başlangıç\ okuması)$

$n1 = 2053 - 1254$

$n1 = 799$

$n2 = (2.\,okuma - 1.\,okuma)$

$n2 = 2853 - 2053$

$n2 = 2800$

$n3 = (3.\,okuma - 2.\,okuma)$

$n3 = 3655 - 2853$

$n3 = 802$

$$n = \frac{n1 + n2 + n3}{3}$$

$$n = \frac{799 + 800 + 802}{3}$$

$n = 800{,}333$

$F = n \times q$

$F = 800{,}333 \times 6{,}4$

$F = 5122{,}112 mm^2$

$$\frac{Plan\ Alanı}{Gerçek\ Alan} = \frac{1}{Ölçek\ Paydasının\ Karesi}$$

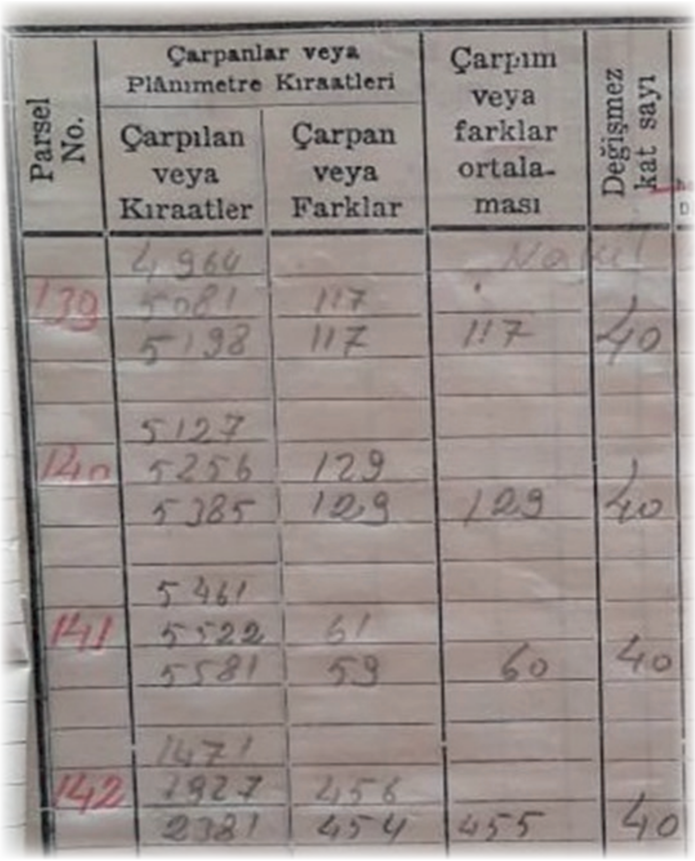
$Gerçek\ Alan = 5122{,}112 \times 1000^2$

$Gerçek\ Alan = 5122112000 mm^2$

$Gerçek\ Alan = 5122{,}112 m^2$

Örnek 3.2

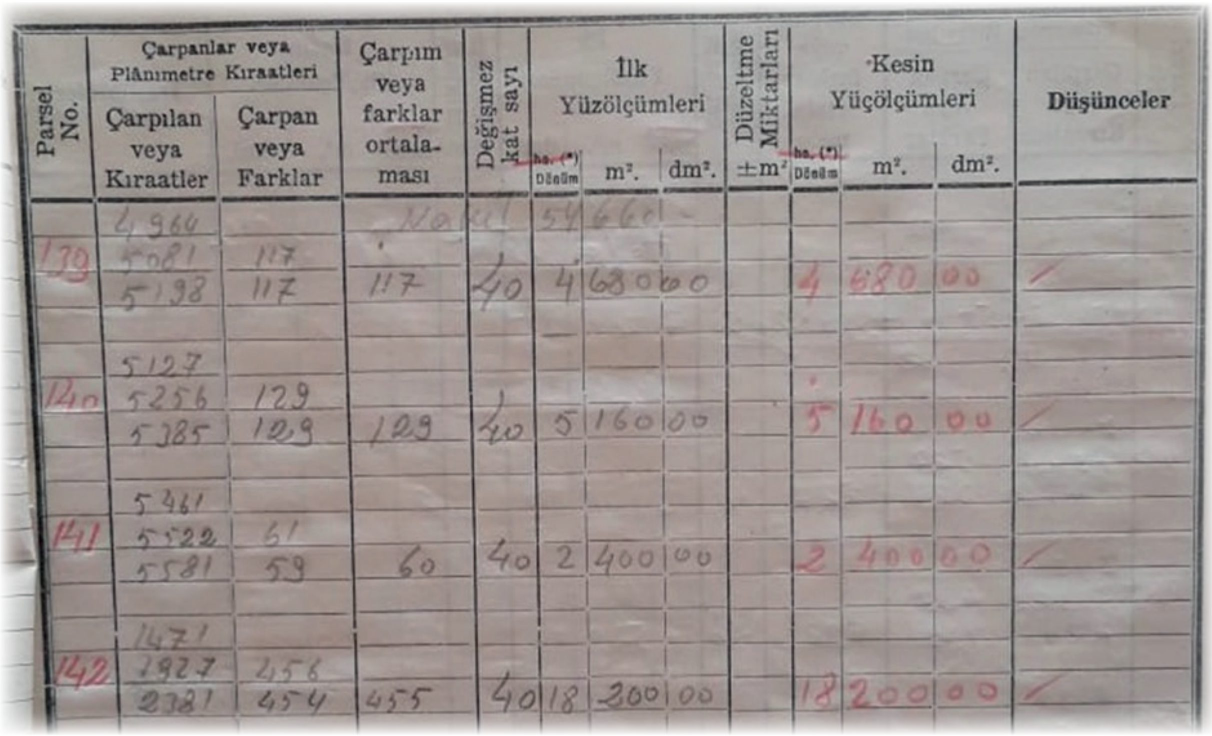
Yanda verilmiş olan planimetre karnesindeki 139, 140, 141 ve 142 nolu parsellerin alanlarını hesaplayınız.



Parsel No.	Çarpanlar veya Planimetre Kıraatleri: Çarpılan veya Kıraatler	Çarpanlar veya Planimetre Kıraatleri: Çarpan veya Farklar	Çarpım veya farklar ortalaması	Değişmez kat sayı
	4964		Nakil	
139	5081	117		
	5198	117	117	40
	5127			
140	5256	129		
	5385	129	129	40
	5461			
141	5522	61		
	5581	59	60	40
	1471			
142	1927	456		
	2381	454	455	40

Çözüm 3.2

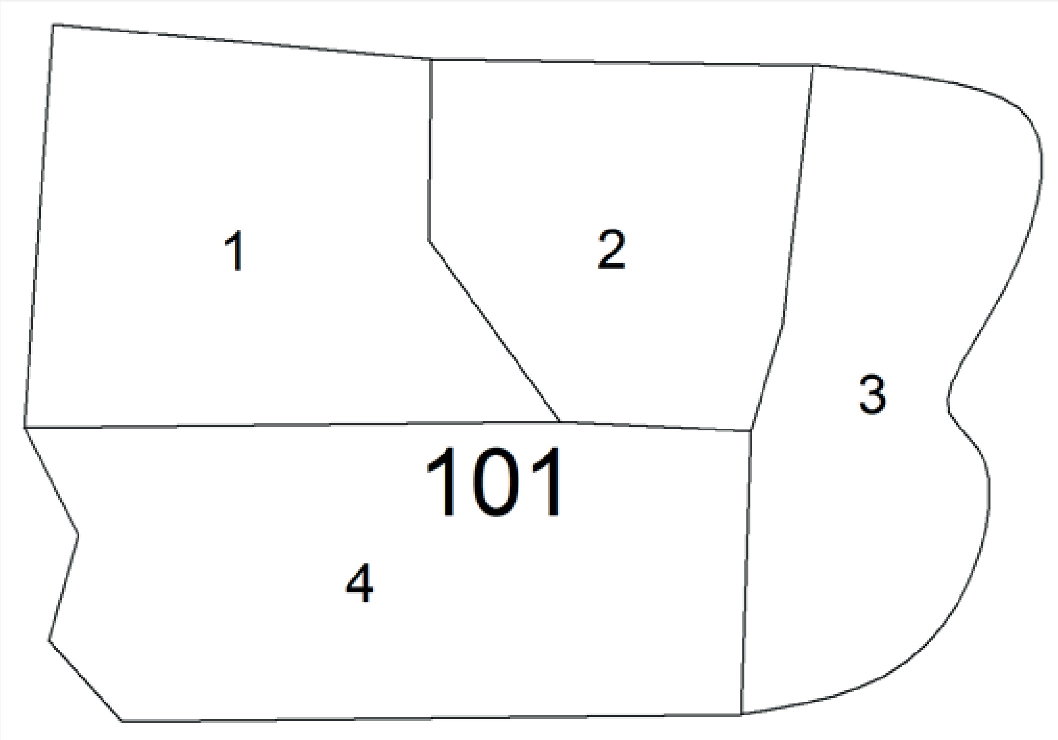
Hesaplanmış alanların karnedeki gösterimi şu şekildedir:



Parsel No.	Çarpanlar veya Plânimetre Kıraatleri: Çarpılan veya Kıraatler	Çarpanlar veya Plânimetre Kıraatleri: Çarpan veya Farklar	Çarpım veya farklar ortalaması	Değişmez kat sayı	İlk Yüzölçümleri ha. (*) Dönüm	İlk Yüzölçümleri m².	İlk Yüzölçümleri dm².	Düzeltme Miktarları ±m²	Kesin Yüçölçümleri ha. (*) Dönüm	Kesin Yüçölçümleri m².	Kesin Yüçölçümleri dm².	Düşünceler
	4964		Nakil		54660							
139	5081 5198	117 117	117	40	4	680	00		4	680	00	✓
140	5127 5256 5385	129 129	129	40	5	160	00		5	160	00	✓
141	5461 5522 5581	61 59	60	40	2	400	00		2	400	00	✓
142	1471 1927 2381	456 454	455	40	18	200	00		18	200	00	✓

Uygulama

"Planimetre ile Alan Ölçümünde Dikkat Edilecek Hususlar" başlığında bulunan işlem adımları ile ilerleyerek 1/1000 ölçekli aşağıdaki şeklin alanını hesaplayınız. Yaptığınız hesabın karnesini excel ortamında formüllendirerek oluşturunuz.



İzlemek için kodu tarayın.

http://kitap.eba.gov.tr/KodSor.php?KOD=21461

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME TESTİ 3

Aşağıdaki soruları dikkatlice okuyunuz ve doğru olduğunu düşündüğünüz şıkkı işaretleyiniz.

1.

Başlangıç okuması	1000
1. okuma	1356
2. okuma	1710
3. okuma	

Yukarıdaki tabloda verilen planimetre okumalarında 3. okumadaki değerin hesaplanması yazılmamıştır. Bu değer aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 1563
B) 1764
C) 1846
D) 2064
E) 2200

2.

Başlangıç okuması	2356
1. okuma	2850
2. okuma	3341
3. okuma	3840

1/2000 ölçekli bir planda, planimetre ile yapılan bir alan ölçümü işlemi sonucunda elde edilen okuma değerleri yukarıdaki tabloda verilmiştir. Verniyer birim alan değeri q=7,8mm² olduğuna göre bu planın arazideki alan değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 15433,6m²
B) 15462,2m²
C) 18432,6m²
D) 18462m²
E) 19566m²

NOTLAR

ALAN HESAPLARI

KAYNAKÇA

GENEL KAYNAKÇA

ERKAN, H. (1997), *Kadastro Tekniği*, Ankara: Harita Kadastro Mühendisleri Odası.

ERSOY, N. (2001), *Trigonometri*, Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.

KABASAKALOĞLU, S. (2002), *Ölçme Bilgisi*, İstanbul: Milli Eğitim Bakanlığı.

MEGEP *İnşaat Teknolojisi Alanı Çerçeve Öğretim Programı*, Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.

SARIBIYIK, T. (2005), *Ölçme Bilgisi ve Uygulaması*, İstanbul: Milli Eğitim Bakanlığı.

SONGU, C. (1983), *Ölçme Bilgisi Cilt 2*, İstanbul: Kipaş Dağıtım.

YAKAR, M., FIDAN, Ş., KARABACAK, A. (2020), *Çözümlü Örneklerle Mesleki Trigonometri*, Mersin: Atlas Akademi Yayınevi.

GENEL AĞ KAYNAKÇASI

http://www.hkmo.org.tr

http://www.tkgm.gov.tr

GÖRSEL KAYNAKÇA

Öğrenme Birimi 1'de Kullanılan Görseller				Kaynağı
Şekil 1.1				shutterstock.com id: 794186392
Şekil 1.2 Şekil 1.5	Şekil 1.2 Şekil 1.6	Şekil 1.3	Şekil 1.4	Komisyon tarafından oluşturulmuştur.
Görsel 1.1				shutterstock.com id: 1598379046
Şekil 1.7 Şekil 1.11	Şekil 1.8 Şekil 1.12	Şekil 1.9	Şekil 1.10	Komisyon tarafından oluşturulmuştur.

Öğrenme Birimi 2'de Kullanılan Görseller				Kaynağı
Şekil 2.1 Şekil 2.5 Şekil 2.9 Şekil 2.13 Şekil 2.17	Şekil 2.2 Şekil 2.6 Şekil 2.10 Şekil 2.14	Şekil 2.3 Şekil 2.7 Şekil 2.11 Şekil 2.15	Şekil 2.4 Şekil 2.8 Şekil 2.12 Şekil 2.16	Komisyon tarafından oluşturulmuştur.
Görsel 2.1				Komisyon tarafından oluşturulmuştur.
Şekil 2.18 Şekil 2.22	Şekil 2.19 Şekil 2.23	Şekil 2.20	Şekil 2.21	Komisyon tarafından oluşturulmuştur.

Öğrenme Birimi 3'te Kullanılan Görseller				Kaynağı
Şekil 3.1 Şekil 3.5 Şekil 3.9 Şekil 3.13 Şekil 3.17	Şekil 3.2 Şekil 3.6 Şekil 3.10 Şekil 3.14 Şekil 3.18	Şekil 3.3 Şekil 3.7 Şekil 3.11 Şekil 3.15 Şekil 3.19	Şekil 3.4 Şekil 3.8 Şekil 3.12 Şekil 3.16 Şekil 3.20	Komisyon tarafından oluşturulmuştur.

Öğrenme Birimi 4'te Kullanılan Görseller				Kaynağı
Şekil 4.1 Şekil 4.5	Şekil 4.2 Şekil 4.6	Şekil 4.3 Şekil 4.7	Şekil 4.4 Şekil 4.8	Komisyon tarafından oluşturulmuştur.
Görsel 4.1 Görsel 4.5	Görsel 4.2	Görsel 4.3	Görsel 4.4	Komisyon tarafından oluşturulmuştur.

Kapak Tasarımlarında Kullanılan Görseller	Kaynağı
Öğrenme birimi 1'in kapağı	shutterstock.com id: 221645917
Öğrenme birimi 2'nin kapağı	shutterstock.com id: 1781032871
Öğrenme birimi 3'ün kapağı	shutterstock.com id: 629152571
Öğrenme birimi 4'ün kapağı	shutterstock.com id: 16828417

CEVAP ANAHTARLARI

ÖĞRENME BİRİMİ 1: TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ölçme ve Değerlendirme Testi 1	D	C	B	E	B	A	D	A	B	C			
Ölçme ve Değerlendirme Testi 2	C	C	A	D	C	D	C	D	B	A			
Ölçme ve Değerlendirme Testi 3	C	E	D	D	C	D	B	C	E	A			
Ölçme ve Değerlendirme Testi 4	A	E	C	E	C								

ÖĞRENME BİRİMİ 2: GEOMETRİK HESAPLAMALAR

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ölçme ve Değerlendirme Testi 1	C	A	C	C	D	D	E	C	A	B	B	A	D
Ölçme ve Değerlendirme Testi 2	D	D	C	D	A	B	A	C	D				
Ölçme ve Değerlendirme Testi 3	E	E	E	C	A	D							

ÖĞRENME BİRİMİ 3: KOORDİNAT SİSTEMLERİ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ölçme ve Değerlendirme Testi 1	E	B	E	A	C	B							
Ölçme ve Değerlendirme Testi 2	D	E	A	C	A	B	B						
Ölçme ve Değerlendirme Testi 3	C	E	D	A									

ÖĞRENME BİRİMİ 4: ALAN HESAPLARI

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ölçme ve Değerlendirme Testi 1	E	B	B										
Ölçme ve Değerlendirme Testi 2	B	A	D										
Ölçme ve Değerlendirme Testi 3	D	A											